dos, se pode aproximadamente considerar que estruturas com o mesmo amortecimento sofrem a mesma velocidade máxima. Este valor da velocidade máxima decresce ràpidamente à medida que aumenta o amortecimento.

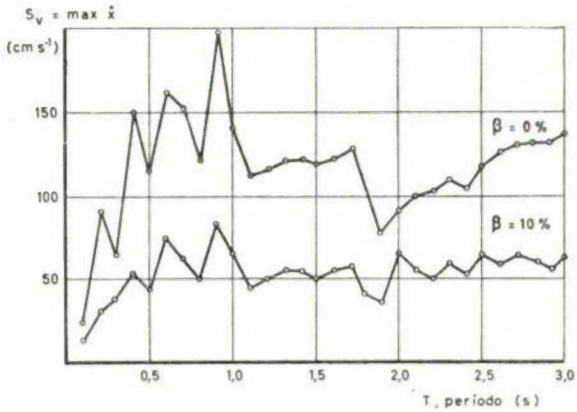


Fig. 2 — Exemplo dum espectro de velocidade máxima

Housner mostrou que substituindo o acelerograma indicado na fig. 1, por um diagrama artificial, obtido pela sucessão de impulsos aleatórios (de intensidade aleatória e espaçamento no tempo constante, ou de intensidade de módulo constante e aleatòriamente espaçados no tempo) se obtinha um espectro análogo ao indicado na fig. 2. Tal mostra, portanto, que qualquer dos esquemas aleatórios anteriormente referidos representa suficientemente bem as solicitações sísmicas.

São numerosas as aplicações técnicas que têm recentemente imposto o desenvolvimento do ramo de mecânica designado por «Teoria das Vibrações Aleatórias» (5). Nesta teoria estuda-se o comportamento de sistemas mecânicos sujeitos a solicitações aleatórias, isto é, solicitações que sòmente podem ser descritas em termos estatísticos.

Um importante resultado desta teoria mostra que, quando se sujeita um oscilador simples a uma vibração aleatória, o movimento mantém, em média, um período igual ao de oscilador mas a sua amplitude aparece modulada no tempo. Este resultado é muito importante porque permite, do mesmo modo que para as vibrações sinusoidais, relacionar entre si os deslocamentos, velocidades e acelerações. As relações simples estabelecidas entre estas grandezas sugerem uma representação em escala logarítmica. Graças a esta representação é possível marcar num mesmo diagrama não só as velocidades, como também os deslocamentos e as acelerações, fig. 3. Os espectros indicados na fig. 3 referem-se a um sismo real.

Os resultados fundamentais relativos ao comportamento do oscilador elástico, sujeito a vibrações aleatórias, tinham já sido obtidos antes da conferência de engenharia sísmica de Tóquio. As comunicações relativas a sistemas elásticos agora apresentados referem-se ou a sistemas mais complexos, de vários graus de liberdade, (6 a 8) e à influência de movimentos relativos entre a construção e o terreno (9 e 10). É analisado também o comportamento de estruturas assimétricas, por efeito de torção (11).

A simples aplicação da teoria referida a osciladores elásticos, mostra que, mesmo para sistemas muito amortecidos, se obtêm para os sismos dos quais existem registos (veja-se fig. 3), efeitos com valores elevadíssimos em relação aos normal-

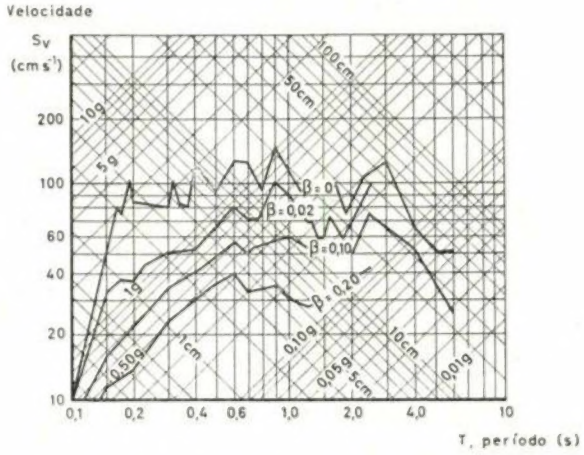


Fig. 3 — Espectro dum sismo em diagrama logarítmico (segundo Newmark and Veletsos)

mente considerados. Tal indica portanto, que sob a acção dum sismo, a não ser em estruturas extremamente deformáveis, se ultrapassará, em geral, o limite elástico. A discrepância entre o bom comportamento de estruturas calculadas para coeficientes sísmicos relativamente baixos e os resultados teóricos anteriormente indicados, sòmente pode explicar-se entrando em considerações com o comportamento elástico-plástico. Compreende-se, no entanto, que para estruturas especiais, tais como pontes suspensas, se colham informações do maior interesse a partir duma análise puramente elástica (12 a 14).

Dentre as análises teóricas do comportamento de estruturas merecem ainda especial referência os estudos de base probabilística efectuados por japoneses (15) e russos (16). Tivemos ocasião de demonstrar, num estudo anteriormente publicado, que, atendendo ao carácter aleatório de verificação dos próprios sismos, são os valores médios, e não os valores extremos, os parâmetros de maior interesse para a definição do comportamento das estruturas durante um sismo (17).

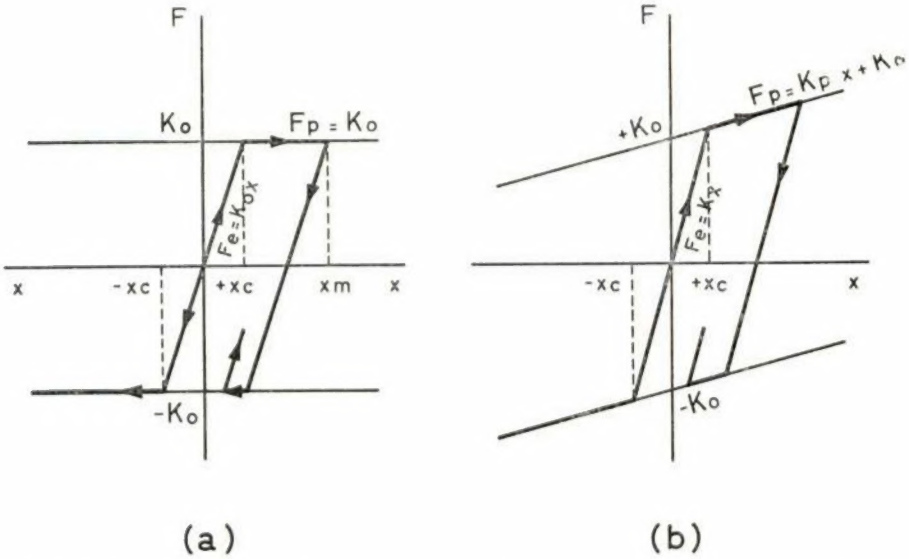


Fig. 4 — Diagramas forças-deslocamentos relativos a comportamento elasto-plástico

2.2 — *Análise teórica do comportamento das estruturas em regimen plástico*

São muito numerosas as comunicações apresentadas em Tóquio em que se analisa o comportamento elasto-plástico das estruturas. Nestas comunicações considera-se, ainda, o oscilador indicado na fig. 1 b), mas admite-se agora que a força de restituição é função do deslocamento, de acordo com os diagramas indicados na fig. 4. O troço correspondente ao comportamento plástico pode ser considerado horizontal ou com uma certa inclinação, evidentemente inferior à correspondente ao comportamento elástico.

Para estudar o comportamento dum sistema deste tipo foram utilizados computadores analógicos e digitais e sistemas electro-mecânicos que se podem considerar análogos ao sistema em estudo. As análises são efectuadas, ou para acelerogramas registados durante sismos, ou para vibrações aleatórias.

São principalmente de destacar os estudos apresentados por Veletsos e Newmark (18) e Berg e Thomaides (19). Nesses dois trabalhos o comportamento dos sistemas elasto-plásticos é analisado por computadores digitais.

Veletsos e Newmark introduzem a noção de «factor de ductilidade» relação entre a deformação máxima sofrida pelo sistema elasto-plástico e a deformação que corresponde ao início da cedência. Se o sistema for puramente elástico este factor tem o valor 1, aumentando o seu valor à medida que aumenta a importância das deformações plásticas.

Comparando entre si os deslocamentos máximos referidos por um sistema elástico e os deslocamentos dum sistema elasto-plástico, obtém-se os resultados indicados na fig. 5. Verifica-se assim que os deslocamentos máximos são pouco diferentes (em média aproximadamente iguais) nas duas hipóteses.

Do mesmo modo os diagramas apresentados por Berg e Thomaides (fig. 6) confirmam os resultados anteriores. Consideram estes autores os acelerogramas dos sismos de El Centro e de Taft e determinam os espectros de deslocamentos para sistemas com diferentes valores de amortecimento (medido em relação ao amortecimento crítico) e com coeficientes de cedência q_c variando

desde 0,01 g até ∞. Note-se que estes coeficientes de cedência medem o valor da força horizontal que produz a deformação plástica do sistema, tomada como uma fracção do peso próprio deste. Para $q = \infty$ tem-se pois um sistema elástico.

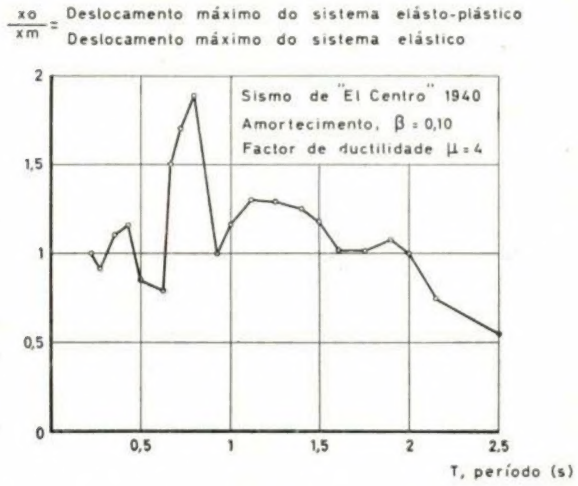


Fig. 5 — Relação entre os deslocamentos dum sistema elasto-plástico e dum sistema elástico (segundo Veletsos e Newmark)

Interessa notar que para valores de q_c iguais ou superiores a 0,06, os deslocamentos máximos são pràticamente independentes de q_c e pode

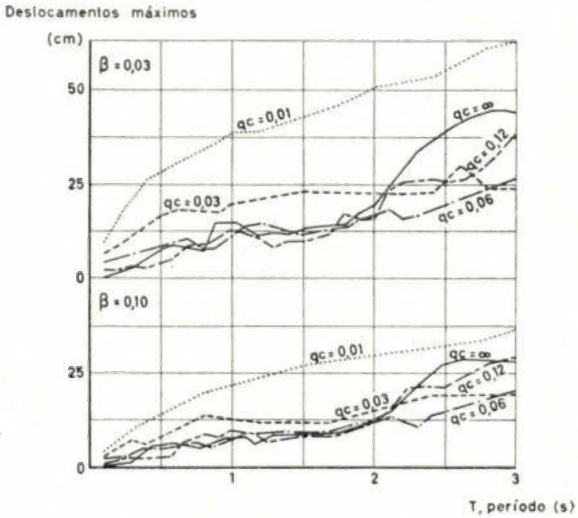


Fig. 6 — Espectros dos deslocamentos para sistemas elasto-plásticos com diferentes coeficientes de cedência (segundo Berg e Thomaides)

considerar-se que aumentam proporcionalmente com o período T.

Tomando para factor de amortecimento, $\beta = 0{,}10$, verifica-se que para o período de 1 s se obtém um deslocamento máximo de 8 cm. Este deslocamento ficaria reduzido a 4 cm para um período próprio de 0,5 s. Os resultados anteriores permitiriam pois concluir que os deslocamentos máximos sofridos por um sistema de 1 grau de liberdade, dimensionado por um coeficiente sísmico não excessivamente pequeno, são independentes do valor relativo da força que conduz à plastificação. Este valor relativo poderia ser designado por coeficiente de cedência.

A esta mesma conclusão conduzem os resultados obtidos pela comissão japonesa (20) que procedeu à análise espectral de vários sismos para um sistema elasto-plástico, usando um sistema analógico constituído por um galvanómetro, em que a força de restituição apresentava o diagrama indicado na fig. 4 b.

Os resultados anteriores podem não só ser interpretados em termos de deslocamentos, mas também em termos de energia. Tal procedimento é seguido por alguns dos autores anteriormente referidos, e também por vários outros.

Assim Blume (21) considera, separadamente no diagrama que relaciona as forças horizontais com os deslocamentos, a contribuição de diversas parcelas (plastificação da estrutura, realimentação da vibração do terreno pela vibração da estrutura, resistência proveniente de paredes provisórias, etc.) e calcula a redução dos coeficientes sísmicos obtidos pelos espectros determinados em regimen elástico, em função da contribuição para absorção de energia proveniente das causas mencionadas.

Housner (22) admite que o colapso da estrutura se verifica por formação de rótulas plásticas nas extremidades dos pilares, e define, por condições energéticas, qual o valor do momento mínimo de plastificação capaz de dissipar uma quantidade de energia igual à transmitida pelo sismo. O esquema admitido por Housner representa de forma muito satisfatória o comportamento das estruturas, como tivemos ocasião de verificar quando do sismo de Agadir.

Outros autores analisam o comportamento de sistemas elasto-plásticos com maior número de graus de liberdade. Merecem especial referência, o trabalho de Ando (23), relativo a sistemas com 2 graus de liberdade, e o de Penzien (24), relativo a estruturas de vários andares.

2.3 — *Estudos experimentais sobre modelos e protótipos*

Os estudos experimentais relativos ao comportamento das estruturas têm sido efectuados segundo métodos muito variados.

De tal modo variados que pode dizer-se, não existe fronteira nítida entre os estudos analíticos e experimentais. De facto, o recurso aos computadores analógicos pode considerar-se já um método de estudo experimental em que o sistema mecânico é substituído por um sistema eléctrico equivalente. Nas alíneas anteriores referiram-se vários estudos efectuados com o auxílio de computadores analógicos, aos quais poderíamos ainda acrescentar o trabalho de Skinner e outros (25). Por vezes adopta-se um sistema analógico não puramente eléctrico, mas electromecânico, como em (20).

Nos ensaios sobre modelos puramente mecânicos, sujeitam-se modelos das estruturas a estudar, a diferentes tipos de vibrações e medem-se os efeitos, deslocamentos e tensões.

A maior parte dos estudos sobre modelo são realizados em mesas vibrantes que permitem sòmente aplicar vibrações sinusoidais forçadas por osciladores mecânicos, ou vibrações amortecidas resultantes duma percussão. Segundo estas técnicas têm sido ensaiadas estruturas de mais variados tipos tais como, edifícios (26 e 27), barragens de betão (28 e 29) e de terra (27), muros de suporte (30), muros cais (31), pilares de pontes (32), etc. Deve também referir-se um estudo relativo aos efeitos hidrodinâmicos (33).

Considerando que o comportamento das estruturas se verifica em regimen elástico, estes ensaios permitem obter informações de interesse, mesmo para a hipótese de se considerar o movimento do terreno como aleatório. De facto, mediante a determinação experimental das funções de transferência, é possível, a partir do conhecimento do espectro de potência da solicitação (definido, por exemplo, pela densidade espectral da aceleração do terreno), calcular o espectro do efeito que se pretende determinar, e consequentemente determinar valores eficazes e probabilidades de exceder valores pré-fixados. Os ensaios sinusoidais não fornecem, no entanto, informações que permitam estudar o comportamento em regimen plástico e, portanto, em relação à rotura.

Para obviar a este inconveniente alguns investigadores têm efectuado ensaios em que aplicam aos modelos solicitações que procuram reproduzir os sismos reais. Dificuldades técnicas têm no entanto limitado severamente, até à presente data, a realização de tais ensaios.

No Laboratório Nacional de Engenharia Civil dispõe-se actualmente duma montagem (fig. 7) que permite produzir as vibrações sinusoidais e aleatórias com uma larga gama de frequências de (20 a 1000 H_z). Atendendo às leis de semelhança, esta gama de frequências adapta-se bem à reprodução das solicitações sísmicas em modelos. Por outro lado, o vibrador pode aplicar forças até cerca de 1500 kg o que torna possível ensaiar modelos de dimensões razoáveis. A experiência anteriormente adquirida pelo Laboratório em ensaios sobre modelo, combinada com o equipamento indicado, tem permitido efectuar estudos de vanguarda neste domínio.

No que se refere a estudos sobre protótipos, tais estudos consistem em geral na determinação das características de vibração de diferentes tipos de estruturas para movimentos de pequena amplitude.

Em alguns casos tem-se procurado averiguar a comparticipação, para a resistência do conjunto, proveniente da resistência das paredes de enchimento (34).

Merecem também referência especial os estudos relativos à determinação das propriedades dos materiais, quando sujeitos a estados de tensão ràpidamente variáveis no tempo, e de curta duração; análogos aos provenientes das acções sísmicas. Foram apresentados em Tóquio estudos deste tipo, para o betão (35 e 36) e para solos de diferentes qualidades (37 e 38).

2.4 — *Instrumentos para o estudo do comportamento dinâmico*

Apesar de ser relativamente pequeno o número de comunicações apresentadas com que se descrevem novos tipos de aparelhos, tal não significa, no entanto, que se não tenha feito um grande esforço neste sentido. De facto, na exposição que teve lugar em conjunto com a conferência foram expostos numerosos aparelhos de concepção original e também, pelas visitas aos institutos de investigação japonesa, se verifica a larga utilização de equipamento electrónico especial.

Um dos problemas fundamentais a resolver consiste em registar as acelerações do terreno ou das construções, durante um sismo de forte intensidade. De facto, os sismógrafos usuais têm sensibilidade e escalas que os tornam inadequados para o registo de vibrações muito intensas. Tanto nos E. U. A. como no Japão se tem desenvolvido, nos últimos decénios, larga actividade no sentido de estabelecer uma rede de sismógrafos para macrosismos.

Neste aspecto merece especial referência o sismógrafo SMAC (Strong Motion Accelerograph), produzido pela firma Akashi.

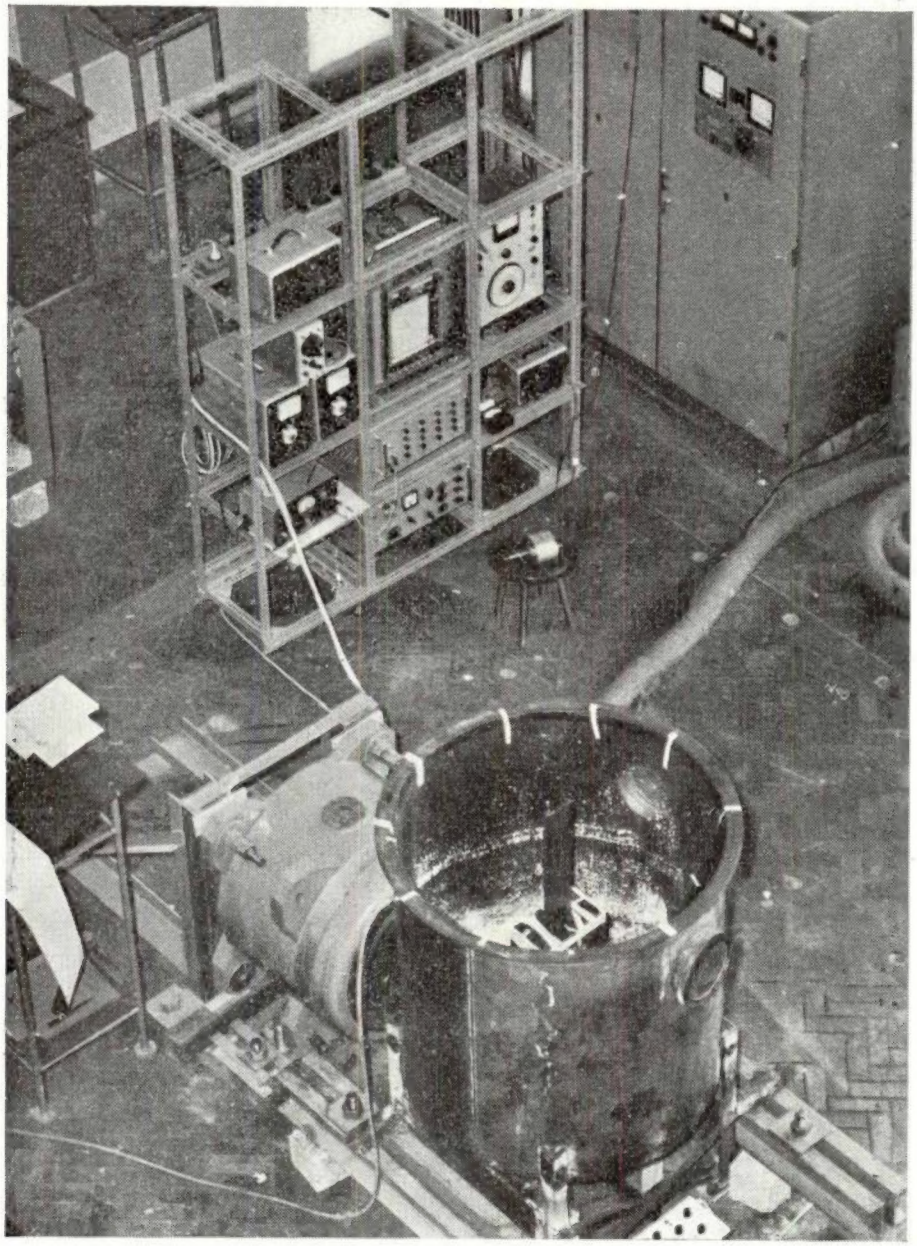


Fig. 7 — Montagem usada no Laboratório Nacional de Engenharia Civil, para estudos sísmicos sobre modelo

No Japão estão montados cerca de 50 destes acelerógrafos, uns directamente ligados ao terreno para registar o movimento deste, outros coloca-

dos a diferentes níveis dos edifícios. Por exemplo, na base e numa das plantaformas da torre de Tóquio estão montados destes acelerógrafos. Como principais características deve referir-se que permitem medir acelerações até cerca de 1 g e que iniciam automàticamente o registo logo que o sismo atinge uma dada intensidade, mantendo-se em funcionamento durante 4 minutos.

Para o registo e análise de sismos tem sido construído, no Japão, equipamento de muito variado tipo, sendo especialmente de referir o esforço desenvolvido pelo Instituto de Investigação de Sismologia da Universidade de Tóquio, em particular no que se refere a sismógrafos com indicação a distância e a analisadores espectrais.

3 — SISMICIDADE E MOVIMENTOS VIBRATÓRIOS DO SOLO DURANTE UM SISMO. INFLUÊNCIA DO TIPO DE TERRENO DE FUNDAÇÃO.

Os problemas agora referidos são específicos da geofísica, e em particular da sismologia, mas não é possível deixar de os incluir porque estão na base do dimensionamento das construções antisísmicas.

Devem-se a Gutemberg e Richter (39) os trabalhos fundamentais de definição da sismicidade das várias regiões da Terra. Na Conferência de Engenharia Sísmica de Tóquio foram também apresentados vários trabalhos sobre o assunto. Alguns dos trabalhos analisam o problema do ponto de vista geral, procurando estudar a influência de diferentes factores (magnitude, distância ao epicentro, tipo do terreno) na forma dos espectros (40 e 41). Outros trabalhos procuram definir a sismicidade de diferentes regiões ; Japão (42), Chile (43), México (44), Rússia (41) e (45), Estados Unidos da América do Norte (46).

White (47) discute as repercussões das próprias características de vibrações dos edifícios na vibração do terreno em que estão fundados e a influência de tal facto nos registos efectuados por aparelhos colocados nas proximidades.

Tocher (48) trata o problema das falhas activas em que se podem verificar movimentos lentos, de fluência, ou movimentos rápidos, causadores de sismos. Recomenda que se não construa na vizinhança de falhas activas. Não faz qualquer referência ao problema do comportamento de falhas não activas durante um sismo.

No que se refere à influência dos tipos de terreno da fundação, merecem especial referência um estudo japonês (49) e outro neo-zelandês (50). A conclusão comum destes dois estudos é de que as construções fundadas em terrenos aluvionares ou aterros recentes sofrem danos muito mais importantes do que as fundadas em terrenos de outros tipos e principalmente em terrenos rochosos. Para confirmar esta afirmação, baseiam-se em sismos recentes verificados no Japão (Tonankai, 1944), na Nova Zelândia (Cawke's Bay, 1931) e no México (Acapulco, 1957). O estudo japonês refere-se principalmente ao comportamento de edifício de madeira (que constituem o tipo de habitação comum no Japão). Numa região aproximadamente equidistante do epicentro, verificaram pela inspecção de cerca de 1200 habitações que a percentagem de edifícios destruídos foi de 26 % para os fundados em formações argilosas e de 0,2 a 3,5 % para os fundados nos restantes tipos de formações. Note-se que a construção tradicional japonesa de madeira apresenta um comportamento bastante ductil, sendo pouco influenciada por assentamentos de fundações. O seu comportamento serve pois para aferir a intensidade das acções horizontais.

Para julgar a influência do tipo de terreno de fundações têm os japoneses efectuado numerosos registos de micro-tremores e micro-sismos e procedido, posteriormente, à sua análise espectral para estudo das frequências dominantes. É, no entanto, discutível em que medida tais estudos permitem obter informações relativas a frequências dominantes durante um macro-sismo. Parece que servem, no entanto, para confirmar a classificação geológica do terreno.

A forma de definir quantitativamente a influência da geologia do local deveria basear-se nas modificações dos espectros dos sismos em função dos tipos de terreno. Até à presente data não foi possível obter informações deste tipo e o reconhecimento geral de que nos maus terrenos de fundação se verificam solicitações sísmicas mais importantes tem-se reflectido sòmente no aumento dos coeficientes sísmicos para os terrenos nestas condições. Assim, por exemplo, o regulamento japonês que define um coeficiente sísmico teórico de 0,2 permite reduzir este coeficiente pelo produto por factor com os valores indicados no Quadro I.

QUADRO I

Factores de redução do coeficiente sísmico

Tipo de terreno	Estrutu-as metálicas	Estruturas de betão armado e análogas
Tipo I — Rochas, conglomerados, etc., considerados como terciários ou mais antigos, rodeando a construção numa área considerável.	0,6	0,8
Tipo II — Areias, argilas arenosas duras, etc., classificados como diluviais, com 5 m ou mais de espessura e rodeando a construção numa área considerável.	0,8	0,9

Do mesmo modo, o regulamento francês para a Argélia considera correcções análogas com valores de 0,8 para terrenos de consistência média e 0,6 para terrenos rochosos.

4 — DIMENSIONAMENTO DE CONSTRUÇÕES ANTI-SÍSMICAS. REGULAMENTOS. SISMOS RECENTES E SUAS CONSEQUÊNCIAS.

A divulgação das regras de dimensionamento das construções anti-sísmicas é principalmente efectuada pelos regulamentos de construção anti-sísmica. Compreende-se pois o interesse de dar a conhecer os regulamentos seguidos nos diferentes países.

A Comissão organizadora da conferência de Tóquio publicou num volume (51) os regulamentos actuais relativos aos seguintes países: Austria, Canadá, Estados Unidos da América, Filipinas, França (Argélia), Grécia, Itália, Japão, México, Nova Zelândia, Portugal, Turquia e Venezuela. Durante a reunião, foi ainda apresentada a descrição dos regulamentos seguidos na Rússia (27) e na Roménia (52). Numa publicação anterior (53) tivemos ocasião de comparar os regulamentos de alguns destes países.

Os regulamentos actuais podem considerar-se divididos segundo as duas orientações seguintes.

A primeira consiste em adoptar coeficientes sísmicos baixos e coeficientes e tensões de segurança idênticos aos das solicitações habituais. A segunda consiste em adoptar coeficientes sísmicos elevados e coeficientes de segurança próximos da unidade, isto é, tensões de segurança bastante superiores às usualmente consideradas.

A primeira orientação é seguida, por exemplo, pelos Estados Unidos da América do Norte, Grécia e Venezuela. A segunda pela França, México, Japão e Portugal.

No trabalho que apresentamos à Conferência de Tóquio (2) mostramos que os dois critérios não conduzem a dimensionamento equivalente e que, do ponto de vista de segurança, o segundo critério é muito mais razoável do que o primeiro.

Os diferentes regulamentos não são também concordantes na natureza dos parâmetros que consideram.

Assim, os coeficientes sísmicos podem variar não só em função da sismicidade da região mas também da natureza dos terrenos de fundação, do tipo de estrutura considerada, do tipo de elementos, do destino dado à construção, etc.

Os resultados do estudo do comportamento das construções quando do sismo de Agadir (3) levaram-nos a sugerir que se adoptassem coeficientes diferentes para os edifícios em que existam paredes comparticipando na resistência de conjunto e para os edifícios sòmente suportados por pilares, e sem qualquer reserva de resistência. Interessa referir que uma solução análoga foi adoptada no regulamento mexicano, pois, para os dois casos referidos adopta, nas condições mais desfavoráveis, respectivamente coeficientes de 0,15 e 0,20.

Durante a conferência de Tóquio foram apresentados com grande pormenor os estragos causados pelo sismo de Agadir (Marrocos 1960) e Valdívia (Chile, 1960) bem como do maremoto que como consequência deste último sismo assolou o Japão. Mereceram ainda descrições especiais os sismos da cidade do México (1957) (54), de Taiwan (China, 1951) (55), de Vale do Maipo (Chile, 1958) (56), de Wairarapa (Nova Zelândia, 1942 (57) e de Coatzcoalcos (México, 1959 (58).

As consequências do sismo de Agadir foram apresentadas por Despeyroux (59), pelos membros da missão americana que visitou a cidade e pelo Autor. O terramoto de Valdívia foi descrito pelo Prof. Flores e também pelos membros da missão americana que visitaram o Chile.

Teve especial interesse o filme relativo ao sismo de Tóquio de 1923. Como se sabe este sismo produziu cerca de 140 000 vítimas e o

maior incêndio jamais verificado numa cidade. É muito elucidativo o relatório oficial que tivemos ocasião de consultar, relativo a este sismo, o qual está ilustrado por muitas centenas de fotografias.

Já nesta data existiam em Tóquio 700 edifícios de betão armado e o seu comportamento foi satisfatório, pois cerca de 75 % não foram pràticamente afectados e sòmente 2 % ruiram. Nas fotografias disponíveis notava-se considerável analogia entre os estragos verificados em Tóquio e Agadir.

REFERÊNCIAS

(1) Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering, II W. C. E. E., Tóquio, 1960.

(2) Borges, Ferry — Portuguese Studies on Earthquake Resistant Structures, II W. C. E. E., Tóquio, 1960.

(3) Borges, Ferry e Madeira Costa — O comportamento das construções durante o sismo de Agadir, Binário, Lisboa, Maio, 1961.

(4) Housner, G. W. — Characteristics of Strong Motion Earthquakes, Bulletin of the Seismological Society of America. Vol. 37, no. 1, January, 1947.

(5) Crandall, S. H. — Random Vibration, Massachussets Institute of Technology, U. S. A., 1958.

(6) Jennings, R. L. e Newmark, N. M. — Elastic Response of Multi-Story Shear Beam Type Structures Subjected to Strong Ground Motion, II W. C. E. E.

(7) Ifrim, M. — Dynamic Analysis of Tall Structures Subjected to Earthquake Motion, II W. C. E. E.

(8) Tajime, T. — Theoretical Research on the Transient Vibration of Structures Subjected to Earthquake, II W. C. E. E.

(9) Thomson, W. T. — A Survey of the Coupled Ground-Building Vibrations, II W. C. E. E.

(10) Sandi, H. — A Theoretical Investigation of the Interaction between Ground and Structure During Earthquakes, II W. C. E. E.

(11) Bustamante, J. I. e Rosenblueth, E. — Building Code Provisions on Torsional Oscillations, II W. C. E. E.

(12) Konishi, I. e Yamada, Y. — Earthquake Responses of a Long Span Suspension Bridge, II W. C. E. E.

(13) Kubo, K. — Aseismicity of Suspension Bridges Forced to Vibrate Longitudinally, II W. C. E. E.

(14) Hirai, A., Okumura, T., Ito, M. e Narita, N. — Lateral Stability of a Suspension Bridge Subjected to Foundation Motion, II W. C. E. E.

(15) Tajimi, H. — A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure During an Earthquake, II W. C. E. E.

(16) Bolotin, V. V. — Statistical Theory of Aseismic Design of Structures, II W. C. E. E.

(17) Borges, Ferry — Statistical Estimate of Seismic Loading, Preliminary Publication, V Congress of the International Association for Bridge and Structural Engineering, Lisbon, 1956.

(18) Veletsos, A. S. e Newmark, N. M. — Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions, II W. C. E. E.

(19) Berg, G. V. e Thomaides, S. S. — Energy Absorption by Structures in Earthquakes, II W.C.E.E.

(20) Response Analyzer Committee — Non-linear Response Analyzers and Application to Earthquake Resistant Design, II W. C. E. E.

(21) Blume, J. A. — A Reserve Energy Technique for the Earthquake Design and Rating of Complex Structures in the Inelastic Range, II W. C. E. E.

(22) Housner, G. W. — The Plastic Failure of Frames During Earthquakes, II W. C. E. E.

(23) Ando, N. — Non-linear Vibrations of Building Structures, II W. C. E. E.

(24) Penzien, J. — Dynamic Response of Structures into the Plastic Range under Earthquake Loading, II W. C. E. E.

(25) Skinner, R. I., Adams, K. M. e Brown, K. J. — Earthquake Response of Bending Structures Derived from a Mixed Mechanical-Electrical Analogue, II W. C. E. E.

(26) Tsuboi, Y. e Kawaguchi, M. — On Earthquake Resistant Design of Flat Slabs and Concrete Shell Structures, II W. C. E. E.

(27) Bikhovsky, V. A., Goldenblat, J. I. e Korchynski, J. L. — Design of Earthquake-Proof Building Structures in the USSR, II W. C. E. E.

(28) Okamoto, S. e Takahashi, T. — On Behaviors of an Arch Dam During Earthquakes, II W.C.E.E.

(29) Raphael, J. M. — The Effect of Lateral Earthquake on a High Buttress Dam, II W. C. E. E.

(30) Ishii, I., Arai, H. e Tsuchida, H. — Lateral Earthpressure in an Earthquake, II W. C. E. E.

(31) Niwa, S. — An Experimental Study of Oscillating Earth Pressures Acting on a Quay Wall, II W. C. E. E.

(32) Shiraishi, S. — Resistance of Foundation Ground against Overturning Forces, II W. C. E. E.

(33) Clough, R. W. — Effects of Earthquakes on Underwater Structures, II W. C. E. E.

(34) Sachanski, S. — Analysis of the Earthquake Resistance of Frame Buildings Taking in Consideration the Carrying Capacity of the Filling Masonry, II, W. C. E. E.

(35) Hatano, T. e Tsutsumi, H. — Dynamical Compressive Deformation and Failure of Concrete under Earthquake Load, II W. C. E. E.

(36) Ban, S. e Muguruma, H. — Behaviour of Plain Concrete under Dynamic Loading with Straining Rate Comparable to Earthquake Loading, II W. C. E. E.

(37) Seed, H. B. — Soil Strength During Earthquakes, II W. C. E. E.

(38) Murayama, S. e Shibata, T. — On the Dynamic Properties of Clay, II W. C. E. E.

(39) Gutenberg e Richter. Seismicity of the Earth, Princeton University Press, New Jersey, 1949.

(40) Kanai, K. — An Empirical Formula for the Spectrum of Strong Earthquake Motion, II W. C. E. E.

(41) Medvedev, S. V. — The Forecast of Seismic Effects on Constructions, II W. C. E. E.

(42) Hirono, T. — Seismicity of Japan, II W. C. E. E.

(43) Gajardo, E. e Lomnitz, C. — Seismic Provinces of Chile, II W. C. E. E.

(44) A. Figueroa, J. — Some Considerations about the Effect of Mexican Earthquakes, II W. C. E. E.

(45) Fedotov, S. A. — Seismicity of the South of the Kuril Islands, II W. C. E. E.

(46) Buffinton, P. G. — Earthquake Insurance in the United States — A Reappraisal, II W. C. E. E.

(47) White, M. P. — The Meaning of Spectra of Earthquake Records Obtained in or Near Structures, II W. C. E. E.

(48) Tocher, D. — Movement on Faults, II W.C.E.E.

(49) Nasu, N. — Earthquake Damage and Subsoil Conditions as Observed in Certain Districts of Japan, II W. C. E. E.

(50) Murphy, V. A. — The Effect of Ground Characteristics on the Aseismic Design of Structures, II W. C. E. E.

(51) Earthquake Resistant Regulations of the World, Organizing Committee, II W. C. E. E., Tokyo, 1960.

(52) Titaru, E. e Cismigiu, A. — On the Rumanian General Design Specifications for Civil and Industrial Buildings in Seismic Areas; Examples, II W. C. E. E.

(53) Borges, Ferry — A consideração das solicitações sísmicas no dimensionamento das estruturas. Comunicação n.º 10, Simpósio sobre a Acção dos Sismos, Ordem dos Engenheiros, Lisboa, 1955.

(54) Rosenblueth, E. — Earthquake of 28 July 1957 in Mexico City, II W. C. E. E.

(55) Cheng, K. C. — Report on the 1951 Earthquake in Taiwan, II W. C. E. E.

(56) Flores, R., Arias, S., Jenschke V. e Rosenberg L. — Engineering Aspects of the Earthquakes in the Maipo Valley, Chile, in 1958, II W. C. E. E.

(57) Johnston, J. A. R. — A Brief History of Damaging Earthquakes in Wellington City and Developments in Multi-storied Building Constructions in New Zealand, II W. C. E. E.

(58) Cossio, R. D. — Foundation Failures During the Coatzacoalcos (Mexico) Earthquake of 26 August 1959, W. C. E. E.

(59) Despeyroux, J. — The Agadir Earthquake of February 29 th 1960. Behaviour of Modern Buildings during the Earthquake, II W. C. E. E.

II CONFERÊNCIA MUNDIAL DE ENGENHARIA SÍSMICA

SUMÁRIO

No presente artigo discutem-se os principais resultados obtidos na II Conferência Mundial de Engenharia Sísmica, e em particular os relativos aos seguintes assuntos:

a) Comportamento das estruturas durante um sismo e equipamento para o estudo deste comportamento.
b) Sismicidade, movimentos vibratórios do solo e influência do tipo de terrenos de fundação.
c) Dimensionamento de construções anti-sísmicas, regulamentos, sismos recentes e suas consequências.

Em face da qualidade e originalidade das comunicações apresentadas a esta Conferência, bem pode considerar-se como tendo marcado o início duma nova época neste ramo de engenharia. O presente artigo, além de procurar resumir os mais importantes resultados obtidos na Conferência, pretende também fornecer um panorama geral da evolução recente dos problemas da engenharia sísmica.

THE II WORLD CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING

SUMMARY

This paper was presented at the meeting on earthquake engineering, held at the Laboratório Nacional de Engenharia Civil on the 27th and 28th February, 1961.

The main results obtained at the II World Conference on Earthquake Engineering are briefly discussed, mainly in reference to the following problems: a) behaviour of the structures during earthquakes and equipment for the study of this behaviour; b) movement of the soil, influence of the quality of the soil; c) design of earthquake resistant structures, codes, recent earthquakes and their consequences.

It is pointed out that due to the quality and originality of the papers presented at the Conference, this has been considered a major date in earthquake engineering. The object of this paper is not only to summarize the principal results obtained, but also to present a brief critical view of the evolution of these problems.

LA II CONFÉRENCE MONDIALE DU GÉNIE SÉISMIQUE

RÉSUMÉ

Dans la présente communication, présentée à la réunion du génie séismique réalisée au Laboratório Nacional de Engenharia Civil du 27 au 28 Février 1961, on discute sommairement les résultats obtenus dans la II Conférence Mondiale du Génie Séismique, notamment les problèmes suivants: a) comportement des structures pendant les tremblements de terre et équipement por l'étude de celui-ci; b) mouvement du sol, influence de sa qualité; c) dimensionnement de structures anti-séismiques, règlements, tremblements de terre récents et leurs conséquences.

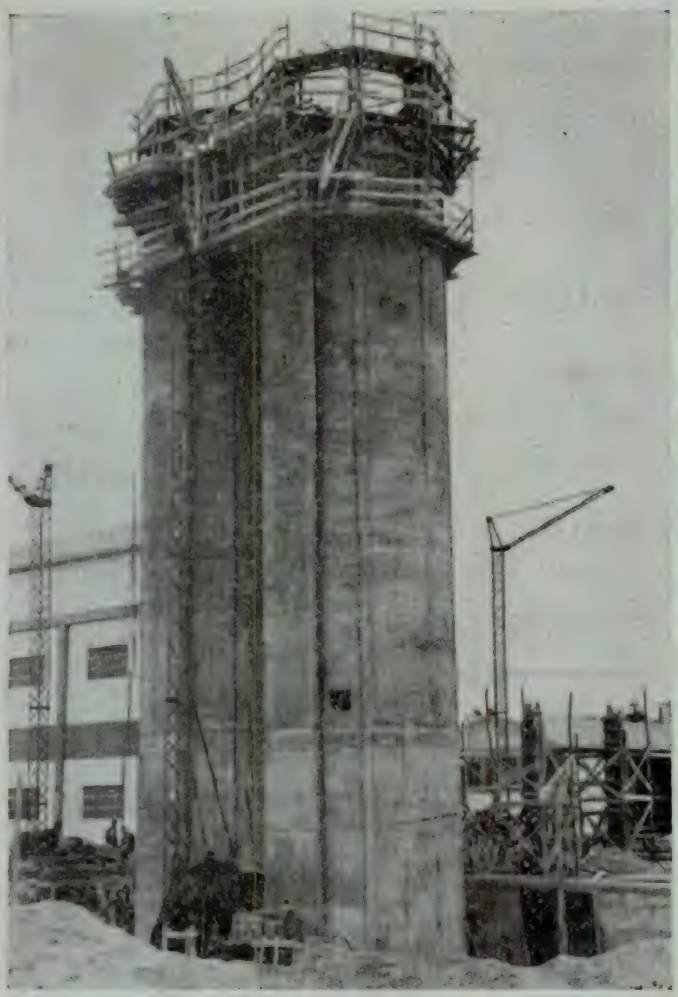
On souligne que, étant donné la qualité et l'originalité des communications présentées à la Conférence, celle-ci doit être considérée comme faisant date dans l'évolution du génie séismique.

La présente communication a pour but non seulement de résumer les principaux résultats obtenus dans la Conférence mais aussi de présenter un aperçu critique sur l'évolution de ces problèmes.

TECNICA
446

BATERIA DE 12 SILOS
2.500.000 Kg.

para a Fábrica de Descasque de Arroz da Cooperativa T. P. A. do Vale do Sorraia



BATERIA DE 12 SILOS CILÍNDRICOS — ALTURA TOTAL: 27,60 M
Construção iniciada em 19/Mar/62 — Fot. dos 2 primeiros silos em 27/Mar/62

PROJECTO E CONSTRUÇÃO DE

AGRO-MECÂNICA, LDA.

Rua Rodrigo da Fonseca, 62, r/c Dt.º — LISBOA 1

Licenciados em exclusivo para o emprego dos moldes deslizantes sistema
«SIEMCRETE»
Assistência técnica de SIEMENS - BAUUNION G. m. b. H. (Munique)

ASEA

a maior fábrica de equipamentos eléctricos industriais da Europa Setentrional

Representada em Portugal pela

ASEA ELÉCTRICA L.DA

SEDE EM LISBOA:

RUA DE ARTILHARIA UM, 104, 4.º-DT.º

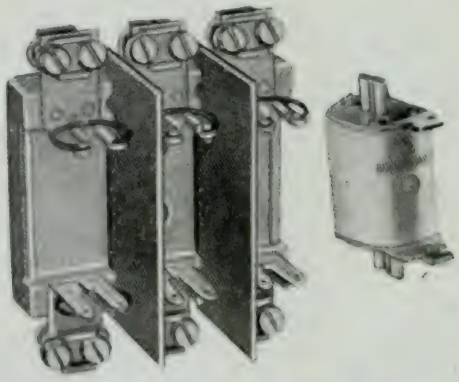
TELEFONES: P. P. C. 68 90 17/8/9

FILIAL NO PORTO:

RUA DO CAMPO ALEGRE, 144 • TELEFS.: P. P. C. 6 21 06/7

END. TELEG.: "ASEAPORT"

BOGENSCHÜTZ



Corta-circuitos de alto poder de corte, recarregáveis, para baixa tensão, de 6 a 600 A.

Representantes em Portugal:

AZEVEDO & PESSI, L.DA

Projectos de Electricidade e Máquinas
Instalações Eléctricas em B. T. e A. T.

Rua Nova do Almada, 46 LISBOA 2

APARTADO 2458 Tel.: 3 01 32 (6 linhas)

C. D. U. 621.838.4

ACOPLAMENTOS HIDRÁULICOS

POR CARLOS A. RAPOSEIRO
Eng.º Mec. (I. S. T.)

0. Introdução

O vasto campo de aplicação dos acoplamentos hidráulicos e conversores de binário justifica o estudo das suas características gerais de funcionamento. A utilização de tais sistemas estende-se a muitos domínios onde se torna necessária a transmissão de energia mecânica, nomeadamente na propulsão terrestre ou marítima, o que impõe o conhecimento dos seus parâmetros característicos, campos de utilização, curvas características, etc. Apresentarei alguns exemplos concretos de funcionamento em transmissões de veículos automóveis.

1. Constituição e terminologia

São essencialmente constituídos por dois elementos — bomba e turbina — prefazendo um conjunto de forma toroidal seccionado equatorialmente, e dispondo interiormente de pás radiais. Para reduzir ao mínimo as perturbações no escoamento, o número de pás de bomba difere do número de pás de turbina, em geral de uma a quatro unidades. Atenua-se assim o efeito resultante da perturbação produzida quando uma pá da bomba passa diante de uma pá de turbina, visto apenas se dar com uma pá de cada elemento de cada vez.

Por vezes existe uma superfície toroidal interior, mais próxima da periferia (anel de guiamento) proporcionando um melhor guiamento do fluxo e a mais fácil formação do vórtice.

O líquido usado é sempre um óleo mineral leve, existindo no mercado óleos precisamente adequados para esse fim.

O nível até que deve encher-se o acoplamento está geralmente limitado pela própria posição do bujão de enchimento, evitando que óleo em excesso possa rebentá-lo durante o funcionamento, por tensão elevada devida a aquecimento.

Existem desenhos com muitas particularidades, muitas vezes destinadas a resolver o problema do arrastamento a baixa rotação. Como exemplo típico de acoplamento pode ver-se a fig. 1.

Tanto a bomba como a turbina são geralmente fundidas nas construções americanas e estampadas nas inglesas.

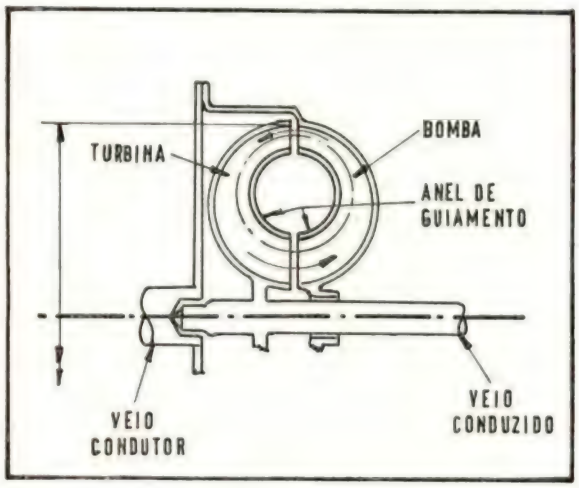


Fig. 1

Quando a bomba faz parte integrante do volante do motor — como normalmente acontece — interessa ter em conta na consideração do momento de inércia a massa de óleo que é obrigada a circular. Esta união funciona como filtro muito eficiente para vibrações e oscilações torsionais, quando a turbina está fixa, pela existência duma resistência viscosa entre a bomba e a turbina, e quando a turbina está livre, pelo aumento considerável do momento de inércia do volante.

Se for Tm o binário motor, tal que $T_m = f(\Theta, \Omega)$ isto é, função da posição e velocidade, teremos no 1.º caso:

$$T_m = I \frac{d\Omega}{dt} + T_a + \frac{dT_a}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

onde

I = momento de inércia do sistema em rotação
T_a = binário do acoplamento com turbina fixa;
$T_a = f(\Omega_B)$

No 2.° caso:

$$T_m = I \frac{d\Omega}{dt}$$

mas agora I é muito maior que no caso anterior, trabalhando o motor em óptimas condições de estabilidade e com menor carga por ser menor o binário resistente.

2. Funcionamento

Não existindo qualquer órgão fixo entre a bomba e a turbina, o binário de saída é necessàriamente igual ao binário de entrada; isto é óbvio, pois não existindo qualquer elemento fixo capaz de «apoiar» um binário de reacção, terá que ser necessàriamente $T_B = T_T$ (B = bomba T = turbina). As velocidades é que serão diferentes, e o rendimento é evidentemente $\eta = \frac{\Omega_T}{\Omega_B}$ visto os binários serem iguais.

O funcionamento processa-se do seguinte modo:

Quando, por meio do motor a bomba se põe em movimento, o óleo existente nas células é arrastado, e pelo efeito da centrífuga é projectado para periferia entrando na turbina. A energia adquirida na bomba é então cedida à turbina.

O conjunto funciona em boas condições de rendimento, para o que contribui o aproveitamento da velocidade restante da turbina.

As energias por unidade de peso de fluido são:

Fornecida pela bomba $\frac{\Omega_B}{2g}(Re^2 - Ri^2)$

Recebida pela turbina $\frac{\Omega_T^2}{2g}(Re^2 - Ri^2)$

onde:

Ω_B = velocidade angular da bomba
Ω_T = velocidade angular da turbina

É a diferença entre Ω_T e Ω_B ($\Omega_B > \Omega_T$) que determina a existência do vórtice que assegura a circulação do óleo no toro, e o fornecimento de potência à turbina.

Define-se o escorregamento do acoplamento por:

$$g = \frac{\Omega_B - \Omega_T}{\Omega_B} = 1 - \frac{\Omega_T}{\Omega_B} = 1 - \eta$$

visto ser $\eta = \frac{\Omega_T}{\Omega_B}$.

Para um valor constante de g, a força que determina a circulação do fluido é proporcional a Ω_B^2, e sendo turbulento o escoamento, a resistência é proporcional a w^2 (quadro da velocidade de escoamento). Consequentemente $w = K\Omega$, isto é, o caudal é proporcional à velocidade angular, e como a energia por unidade de peso é proporcional a Ω_B^2, a potência será proporcional a Ω_B^3.

A potência é ainda proporcional ao volume de toro (D^3) e ao quadrado do raio de rotação (D^2), sendo portanto proporcional D^5. Podemos portanto escrever:

(sendo n = r. p. m.)

$$N = K\, n^3\, D^5$$

e para o binário, T

$$T = C\, n^2\, D^5$$

Condição de semelhança que nos permite dimensionar um acoplamento.

O valor de g para cada velocidade da bomba varia com o binário transmitido (ou seja o binário aplicado) mas de modo a não susceptível de expressão analítica, e característico para cada desenho de acoplamento — vide exemplo de curva característica (fig. 2).

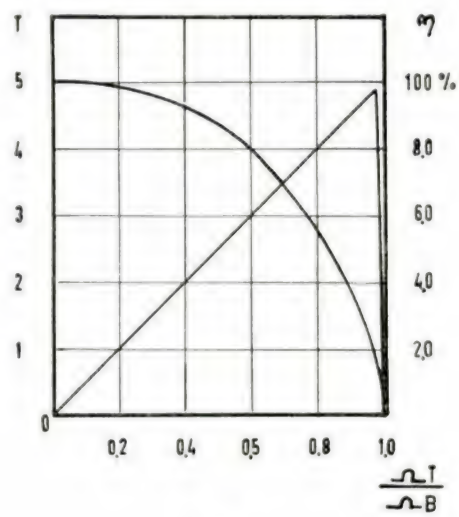


Fig. 2

Para g = 100 %, temos o chamado binário de arranque ou binário com turbina fixa

$$\left(\frac{\Omega_T}{\Omega_B} = 0,\ g = 100\,\%\right)$$

3. Pontos de funcionamento normal

Vamos considerar os três estados principais de funcionamento normal, apresentando simultâneamente os diagramas de velocidades.

Vamos considerar: funcionamento em vazio, funcionamento normal e funcionamento com turbina fixa (arranque).

Funcionamento em vazio (A): Neste caso nenhum binário resistente está aplicado à turbina e todo o binário de que ela tem que dispor é o necessário para vencer os atritos nas chumaceiras. A bomba, consequentemente, requer do motor um binário também pequeno, visto ser igual. As velocidades da turbina e da bomba são pràticamente iguais, não existindo quase circulação interior (fig. 3).

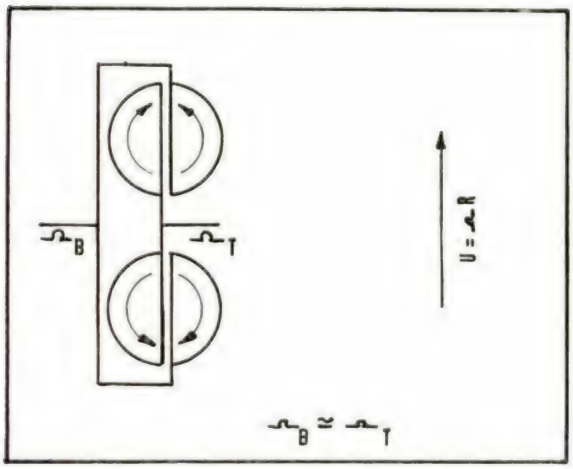


Fig. 3

Funcionamento normal (B): Neste caso $\Omega_B > \Omega_T$, e consequentemente existe escorregamento, trabalhando o acoplamento em condições de transmitir binário. O rendimento é $\eta = 1 - g = \frac{\Omega_T}{\Omega_B}$.

A parcela N $(1 - \eta)$ que assegura o vórtice é transformada em calor. Nas condições para que foi especìficamente dimensionado é normalmente $g = 2$ a $3\ \%$ (fig. 4).

V = Velocidade transporte
W = Velocidade relativa
C = Velocidade absoluta

Funcionamento com turbina fixa (arranque) (C) — Neste caso $\Omega_T = O$ e $\Omega_B \neq O$. Traduz as condições de funcionamento no arranque. ($\eta = O$ e $g = 100\ \%$). Sendo portanto toda a energia transformada em calor; o binário é na realidade transmitido integralmente, mas perde-se toda a velocidade. O acoplamento tem a sua capacidade máxima de transmissão de binário (o que é natural, visto o caudal de circulação ser o maior) e na razão directa de Ω^2_B (fig. 5).

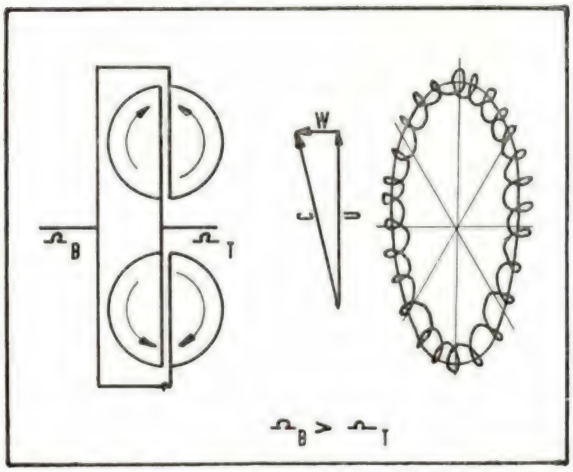


Fig. 4

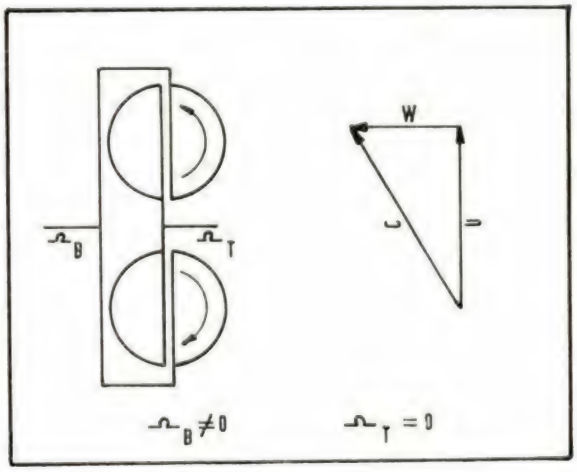


Fig. 5

4. Casos especiais de funcionamento

Além dos casos normais de funcionamento já vistos (correspondentes a $O < \frac{\Omega^T}{\Omega_B} < 1$ ou seja $100\ \% > g > 0\ \%$) outros casos devem ser considerados pois embora correspondam a condições especiais podem verificar-se.

Quando $\Omega_T/\Omega_B > 1$ ($g < 0\ \%$) a turbina roda

mais ràpidamente do que a bomba, sendo portanto esta que tende a frenar a turbina (D).

Pode ser, por exemplo, o caso dum veículo descendo uma rampa. Diz-se que a turbina embalou.

Outro caso que interessa considerar corresponde a $\Omega_T/\Omega_B < 0$, isto é, a turbina e a bomba encontram-se rodando em sentidos contrários. O binário vai-se reduzindo até ser nulo para $\Omega_T/\Omega_B = -1$. É óbvio que então ambos os elementos — bomba e turbina — desenvolvem iguais forças centrífugas, e portanto a circulação do fluido cessa.

A observação das curvas características faz-nos sentir exactamente o funcionamento dum acoplamento em todas as condições possíveis. Note-se, o que é muito importante, que a zona de sobrecarga é de instabilidade; com efeito, se um excesso de binário resistente chega a inverter o sentido de rotação da turbina, a capacidade de binário do acoplamento reduz-se e a situação tende a agravar-se.

5. Especificação dum acoplamento

Um acoplamento hidráulico é especificado pela velocidade de funcionamento normal (Ω_s) da bomba e pelo binário (T_s) capaz de transmitir a essa velocidade. Nestas condições apresenta um escorregamento de 2 a 3 %.

6. Sistemas de curvas características

Considerando o aspecto mais geral que podem tomar as curvas características, teremos um sistemas de curvas do tipo: (ver fig. 6).

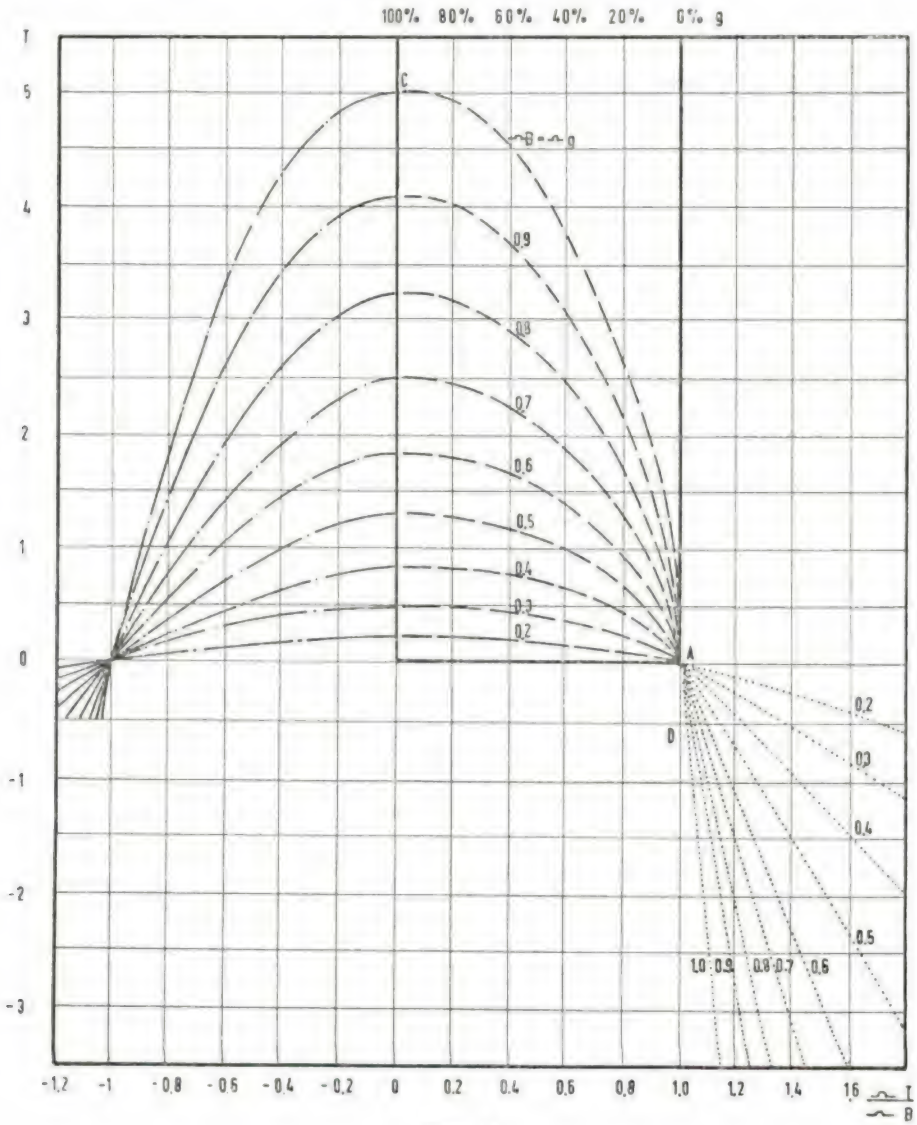


Fig. 6

Onde as várias condições de funcionamento se encontram marcadas: A, B, C, D. Estão sobre a curva $\Omega_B = \Omega_S$, mas se a bomba for accionada a velocidade diferente, serão os pontos correspondentes na curva com o respectivo valor da velocidade. A posição dos pontos D e B poderia ser um pouco mais à esquerda ou direita sem que isso afectasse o que dissemos.

Ainda se usa por vezes a representação, muito útil na resolução de alguns problemas, nomeadamente quando as condições de funcionamento são determinadas pela intersecção de característica do binário motor com as características do acoplamento (vide fig. 7 e 8).

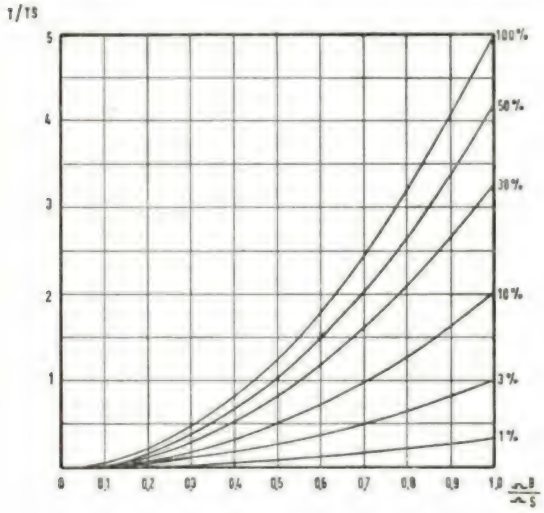


Fig. 7

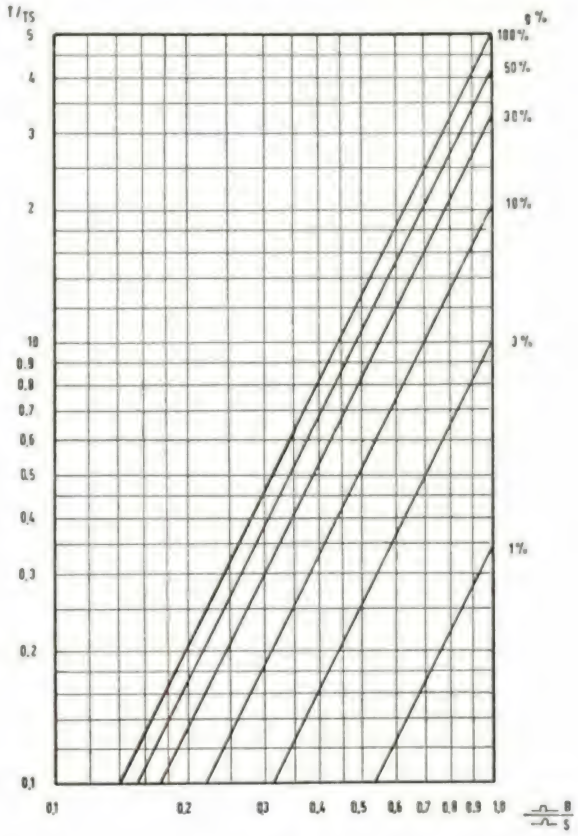


Fig. 8

7. Exemplos de funcionamento

Posto isto, vamos aplicar os conhecimentos expostos ao estudo de alguns problemas, especialmente relativos à utilização de acoplamentos em transmissões de veículos automóveis.

7-a) Característica de potência-velocidade dum motor térmico sem e com acoplamento fluido

Tal característica é apenas definida, como se sabe, numa gama de velocidade restringida superiormente e inferiormente.

O limite inferior resulta duma situação de instabilidade devida às variações do binário motor, e pode ser tanto mais baixo quanto maior o momento de inércia do volante e quanto menor a carga. Tal facto impossibilita o uso de regimes muito baixos durante o funcionamento, e também evidentemente, o próprio arranque em carga. Estas dificuldades são resolúveis com o acoplamento fluido, pela possibilidade de haver deslizamento, e a curva de potência é definida desde N = O para n = O (na turbina). É possível o arranque em carga (o motor de arranque deve vencer o binário de arranque do motor térmico e o binário de arranque do acoplamento), e evita-se que o motor «vá abaixo» por excesso de binário resistente.

A figura 9 representa as curvas de potência e binário máximos dum motor, no volante (a tracejado) e na turbina do acoplamento (traço contínuo) utilizando o acoplamento cujas características já foram apresentadas, e aqui dimensionado para a zona que nos interessa na resolução do problema, (evidentemente, a zona correspondente à gama de binários máximos que o motor pode fornecer) (fig. 9).

As figuras 10 e 11 onde se sobrepõem a característica de binário máximo do motor e as

características de binário de acoplamento permitem-nos passar (por pontos) à representação da figura 9. O acoplamento escolhido, dimensionado para $n_S = 5.000$ r. p. m. e $T_S = 14{,}5$ kgm com $g = 3$ % permite-nos transmitir exactamente nas condições de arranque o máximo binário do motor; como se vê na fig. 10 e 11, a curva de $g = 100$ % intersecta a de T do motor, exactamente no seu máximo valor se este trabalha a plena carga.

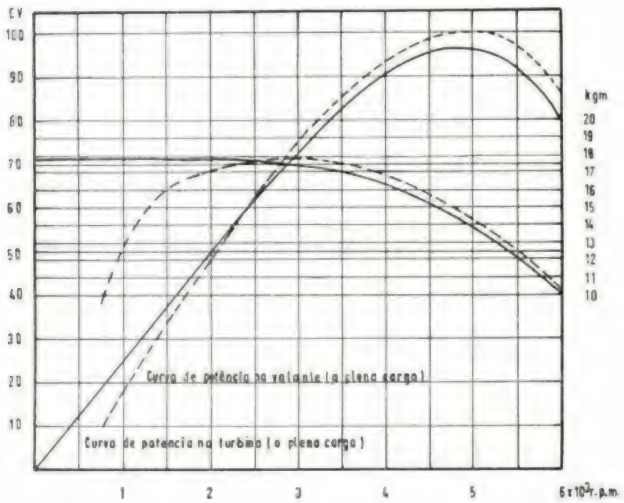


Fig. 9

A curva de binário pode ter assim nas condições de arranque o seu valor mais elevado, que depois cai progressivamente.

Se, com este acoplamento e para um motor com o mesmo binário máximo, este se verificasse além (aquem) de 2.500 r. p. m. aproximadamente, a característica do binário seria primeiro ascendente e depois descendente (desde logo descendente acentuadamente).

A condição escolhida no exemplo é a mais

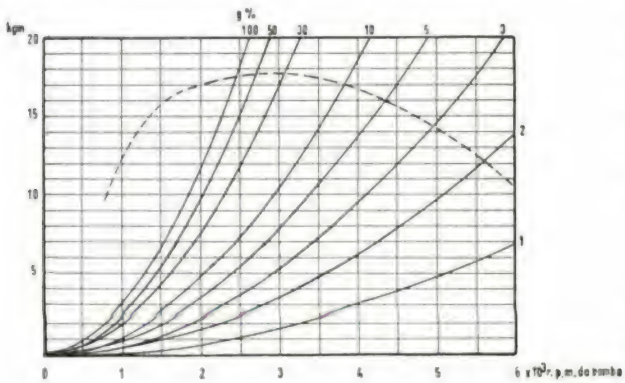


Fig. 10

adequada na utilização dum veículo com vista a ajustamento automático das condições de marcha prescindindo de mudanças de velocidade. É óbvio ainda que, desde que o binário motor nas condições de arranque exceda o binário resistente, o

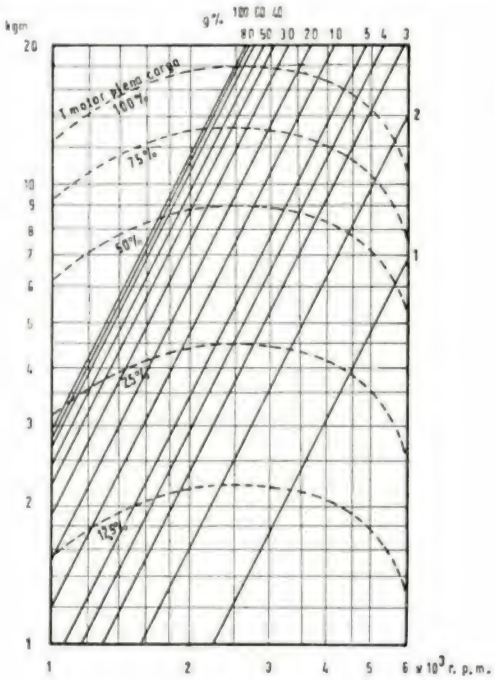


Fig. 11

veículo arranca sem necessidade de desmultiplicações mecânicas suplementares, embora provàvelmente com pequena aceleração.

A comparação das duas curvas de potência e de binário evidencia a vantagem do acoplamento nas acelerações dum veículo automóvel e a sua flexibilidade, sobretudo a baixas velocidades.

O efeito filtrante do acoplamento como amortecedor de vibrações é também de importância capital, e como se vê, não tanto como filtro pròpriamente dito, mas por evitar os baixos regimes do motor que corresponderiam às baixas velocidades do veículo com transmissão sem deslizamento (ver fig. 12).

7-b) Binário de arrastamento

Existe uma velocidade mínima abaixo da qual um motor térmico não pode trabalhar, e que é para cada motor função das condições de carga. Ao ralenti, as velocidade dos motores de automóvel situam-se normalmente entre as 250 a

600 r. p. m. Estando a turbina fixa, o motor tem que desenvolver um binário que é o binário de arranque do acoplamento para essa velocidade, e que transmitido pelo acoplamento tende a arras-

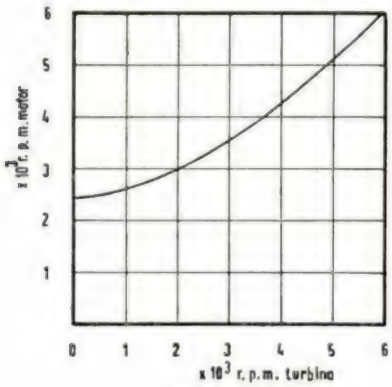


Fig. 12

tar o veículo. Porque esse binário é tanto maior quanto mais depressa trabalha a bomba, o acoplamento era incorporado entre o primeiro e o segundo trens epicicloidais na transmissão Hidra-matic-drive da General Motors. Aqui o caso é particularmente grave, porquanto a primeira velocidade é automàticamente engrenada assim que o veículo pára, chegando portanto já multiplicado às rodas o binário de arrastamento.

Situando-se o acoplamento depois do primeiro trem, porém, a bomba é accionada muito mais lentamente, e o binário só é multiplicado uma vez.

É óbvio que, ainda que o ralenti seja à mesma velocidade, o motor é forçado a devolver um binário maior com a turbina fixa, por ter de vencer o binário de arrastamento. O consumo por unidade de tempo será portanto maior [1].

7-c) Binário resistente na turbina com a bomba fixa

Este é por exemplo o caso de deslisamento dum veículo com o motor parado.

Nestas condições, o movimento da turbina é sempre possível, mas a sua velocidade é limitada ao correspondente valor do binário aplicado. Havendo simetria no sistema, podem tomar-se os valores simétricos de c (binário de arranque) obtendo normalmente solução aceitável. Equivale a resolver o problema com a curva $T = f(\Omega_B)$ para $g = 100\ \%$.

7-d) Binário resistente na turbina com a velocidade da bomba controlada

Este é pràticamente o caso de utilização do motor como freio. O conhecimento do binário aplicado à turbina e da velocidade imposta à bomba dá-nos a relação Ω_T/Ω_B, neste caso superior a 1: É óbvio que o binário resistente é aplicado pelo motor.

8. Aplicações numéricas

Considere-se um veículo com as seguintes características:

Motor = conforme característica da figura 9
Acoplamento = conforme características figuras 10 e 11
Caixa de velocidades = 3 : 1 ; 2 : 1 ; 1, 4 : 1 ; 1 : 1
Diferencial = 4 : 1
Pneus = perímetro de trabalho = 2 m
Peso = 1200 kg
Coeficiente de resistência aerodinâmica = $= C_r = 0{,}35$
Secção mestra = $A = 2\ m^2$

8-a) Considerações gerais

Nestas condições, admitindo não haver escorregamento na transmissão, o veículo deslocar-se-ia a:

30 km/h em 4.ª velocidade
21,4 km/h em 3.ª velocidade
15 km/h em 2.ª velocidade
10 km/h em 1.ª velocidade

por cada 1000 r. p. m do motor.

Desde que se obrigue o motor a trabalhar à carga máxima o acoplamento impede que o seu regime venha aquem de 2.490 r. p. m. como se viu em 7-a) ver fig. 12. Com efeito, se o binário resistente for em excesso, o veículo poderá imobilizar-se, e portanto também a turbina, mas entretanto o escorregamento foi aumentado, até que nas condições de $g = 100\ \%$, o motor tra-

(1) — As paragens frequentes no trânsito da cidade oneram mais o consumo neste caso (transmissão com acoplamento).

balha a 2.490 r. p. m. Desde que o motor não trabalhe a plena carga, evidentemente que o seu regime pode vir a valores inferiores; corresponde a considerar na figura 11 uma curva de binário motor com valores mais baixos; estão representadas as curvas de 75 %, 50 %, 25 % e 12,5 % da plena carga.

Estudemos alguns casos tais como, por exemplo:

8-b) Aceleração — capacidade de subida; gamas de velocidades em que é benéfica e prejudicial a acção do acoplamento.

Ver figura 9 — No nosso caso a acção do acoplamento é benéfica enquanto a turbina não atingiu 2.100 r. p. m. e em seguida é prejudicial embora muito pouco aos elevados regimes. A 2.100 r. p. m. correspondem 63 km/h em prise.

Aquém das 1000 r. p. m. (30 km/h) o acoplamento pode mesmo ser indispensável para uma marcha suave.

8-c) Arrastamento

Suponha-se que ao ralenti o motor necessita trabalhar a 500 r. p. m. — Necessitará vencer um binário aproximadamente de

$$T_a = 5\,(^1) \times \left(\frac{500}{5000}\right)^2 \times 14{,}5 = 0{,}725 \text{ kgm}$$

fornece portanto uma potência de

$$N = \frac{0{,}725 \times 500}{716} = 0{,}5 \text{ c. v.}$$

ao acoplamento (à bomba)

Os binários de arrastamento e forças tangenciais respectivas nas rodas são:

em prise = 2,9 kgm = 9,15 kg
em terceira = 4,06 kgm = 12,8 kg
em segunda = 5,8 kgm = 18,3 kg
em primeira = 8,7 kgm = 27,4 kg

Poderão proporcionar um arrastamento do veículo, muitas vezes indesejável, que obrigará ao uso do freio.

8-d) Paragem em rampa

A que velocidade necessitará trabalhar o motor para aguentar o veículo imobilizado, engatado em terceira, e numa rampa a 15 %?

(1) — Porque no acoplamento considerado, o binário correspondente ao ponto C, é 5 vezes o correspondente a B.

O binário que é necessário equilibrar é o binário correspondente à rampa T_r, menos o binário de atrito, T_a

$$T = T_r - T_a$$

$$T_r = P \,.\, \text{sen}\,\alpha \,.\, D/2 = 1200 \times 0{,}148 \times 0{,}317 = 56{,}6 \text{ kgm}$$

Seja

$$T_a = 5 \text{ kgm}; \quad \text{resulta}$$
$$T = 51{,}6$$

O binário que necessita transmitir é:

$$T' = 51{,}6 \times 1/4 \times 1/1{,}4 = 9{,}2 \text{ kgm}$$

e para isso necessita ser accionado a

$$\Omega_B = \left[(5000)^2 \times \frac{9{,}2}{72{,}5}\right]^{1/2} = 1780 \text{ r.p.m.}$$

Terá pois que ser 1780 r. p. m. a velocidade do motor.

Há que verificar se um binário de 9,2 kgm está dentro das possibilidades do motor para essa velocidade. A fig. 9 mostra-nos imediatamente que sim.

8-e) Arranque em prise

O arranque em prise é possível sempre que o binário resistente seja inferior ao binário de arranque nas rodas. A aceleração será normalmente pequena. Os cálculos que se seguem seriam idênticos mesmo que não se tratasse da prise, aparecendo então simplesmente mais um factor.

Quando g = 100 % transmite-se um binário de 17,7 kgm, trabalhando o motor a 2490 r.p.m. a plena carga. Nas rodas, imóveis, tem-se um binário de 17,7 × 4 = 70,8 kgm.

Admitindo ser necessário um binário de 5 kgm para vencer o atrito, sobram 65,8 kgm para o arranque, que se repartirão em binário para vencer o declive (se o veículo está em rampa) e binário acelerante. Consideremos dois casos.

I) = Arranque «reversível» — rampa limite

$$\alpha_{lim} = \text{ang sen}\,\frac{T \times 2}{P \times D}$$

$$\alpha_{lim} = \text{ang sen}\,\frac{65{,}8 \times 2}{1200 \times 0{,}317}$$

donde

$$i_{lim} = 17{,}4\ \%$$

Note-se em particular não só o elevado valor do declive, mas que o máximo se verifica no arranque, o que já estava implícito nas observações feitas em 7-a). Se para este veículo se traçarem as curvas velocidade-declive, todas terão um máximo para $V = 0$, notando-se patamares acentuados.

II = Arranque em horizontal

$$a = \gamma \cdot \frac{F\,g}{P}$$

e

$$F = \frac{T}{D} \times 2 = \frac{65{,}8 \times 2}{0{,}317} = 207 \text{ kg}$$

$$g = 9{,}8 \text{ m/s}^2$$

$$P = 1200 \text{ kg}$$

Seja

$$\gamma = 0{,}7$$

$$a = \frac{0{,}7 \times 207 \times 9{,}8}{1200} = 1{,}18 \text{ m/s}^2$$

$$a = 4{,}25 \text{ km/h/s}$$

valor que não é nada modesto, e exige para não haver patinagem no arranque um coeficiente de atrito pneu-solo de 0,24 supondo que 50 % do peso assenta no eixo motor.

8-f) Deslizamento por rampa com motor parado

Vamos supor que o veículo, engatado em primeira e estacionado numa rampa a 20 % é destravado. Determinamos a velocidade a que a sua marcha se estabilizaria nestas condições.

$$i = 20\,\%$$

é neste caso $\Omega_B = 0$

O binário aplicado às rodas é aproximadamente

$$T_r = P \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot \frac{D}{2} = 1200 \times 0{,}196 \times$$

$$\times 0{,}317 \simeq 74{,}4 \text{ kgm}$$

$$T_a = 5 \text{ kgm} \qquad \text{(binário de atrito)}$$

O binário que o acoplamento precisa equilibrar é

$$T = T\,(\text{rodas}) \,.\, 1/4 \,.\, 1/3$$

$$= 69{,}5 \times 1/12 = 5{,}8 \text{ kgm aproximadamente}$$

Este binário é transmitido pelo acoplamento desde que

$$\Omega_T = \left[(5000)^2 \times \frac{5{,}8}{72{,}5} \right]^{1/2} = 1410 \text{ r.p.m.}$$

e portanto quando a velocidade do veículo for de 14 km/h aproximadamente.

Esta velocidade é atingida lentamente e vê-se bem que um veículo nestas condições, embora não imobilizado pelo motor, está em condições bem diferentes do que se estivesse em ponto morto como por vezes se julga.

Uma tal situação não pode porém demorar muito, porquanto toda a potência é transformada em calor e este é o facto principal que dificulta o uso *prolongado* do motor como freio.

Se considerarmos o deslizamento na mesma rampa (20 %) mas suposermos que o veículo se encontra em prise, a determinação da velocidade limite é mais fàcilmente calculada por via gráfica (fig. 13).

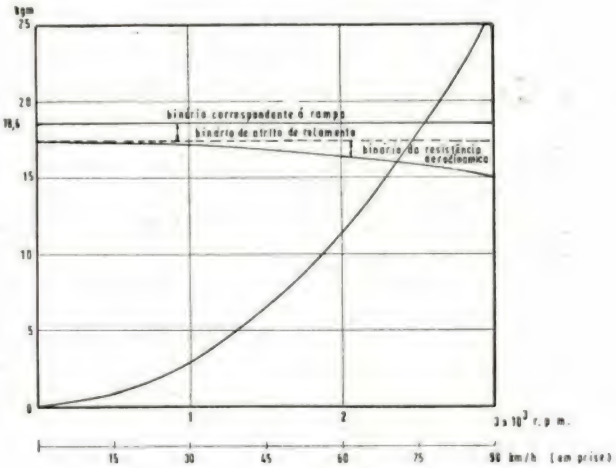


Fig. 13

Determina-se aproximadamente 70 km/h.

À medida que a velocidade cresce vai-se fazendo sentir o efeito frenador da resistência aerodinâmica, que cresce com o quadrado daquela. O valor do binário correspondente à resistência aerodinâmica é $T_a = C_r \times \frac{1}{2} \times \rho \times$ $\times V^2 \times A \times \frac{D}{2}$ onde as letras têm o significado já conhecido, sendo V em m/s.

O binário correspondente aos atritos internos na transmissão não se tomou em consideração por ser muito pequeno em relação aos outros.

8-g) Bomba com velocidade controlada

Pode exactamente considerar-se o caso dum veículo descendo uma rampa. Suponha-se o veículo em prise, descendo uma rampa a 5 %, e admitamos que o motor restringe a velocidade da bomba a 1500 r. p. m.. O binário aplicado é, numa rampa a 5 % e descontando o binário de atrito e o binário correspondente à resistência aerodinâmica da velocidade aproximada a que o veículo se deslocará, de 9 kgm aproximadamente.

Pelas curvas características do acoplamento resulta a relação $\Omega_T/\Omega_B = 1{,}5$ e portanto será $\Omega_T = 1{,}5 \times 1500 = 2250$ r. p. m. e 67,5 km/h aproximadamente a velocidade do veículo, que de outro modo (em ponto morto) poderia ser da ordem dos 100 km/h.

Se fosse utilizada a terceira, seria ainda mais eficiente o efeito como freio. Vê-se que embora o acoplamento não permita tão eficientemente o uso do freio-motor, está bem longe de ineficiência que correntemente se lhe atribui.

9. Conclusões finais. Rendimentos

Porque os acoplamentos fluidos são elementos quase sempre indispensáveis nas transmissões automáticas, semi-automáticas e por vezes — embora raramente — usados nas transmissões manuais, impõe-se uma conclusão final acerca do seu rendimento, visto ser este um factor normalmente apresentado para a exclusão de transmissões automáticas em veículos pouco potentes.

Consideremos as curvas de rendimento do acoplamento no exemplo das fig. 10 e 11 quando o motor trabalha á carga máxima, e a 75 %, 50 %, 25 % e 12,5 % (ver fig. 14).

Vê-se que apresenta por vezes valores baixos, sobretudo para as velocidades relativamente baixas de funcionamento. Efectivamente, se considerarmos como limites razoáveis à carga máxima 5.000 r. p. m. e 2.000 r. p. m. (na turbina) os rendimentos oscilam entre 97 % e 67 %. Beneficiará porém este facto a circunstância de normalmente a carga não ser a máxima.

Efectivamente, portanto, os motores mais potentes não só se podem «dar ao luxo» de consentir um pior rendimento da transmissão, perdendo alguns cavalos a favor do automatismo, como serão também menos prejudicados pelo facto de mais raramente funcionarem à carga máxima, e portanto trabalha em melhores condições o acoplamento.

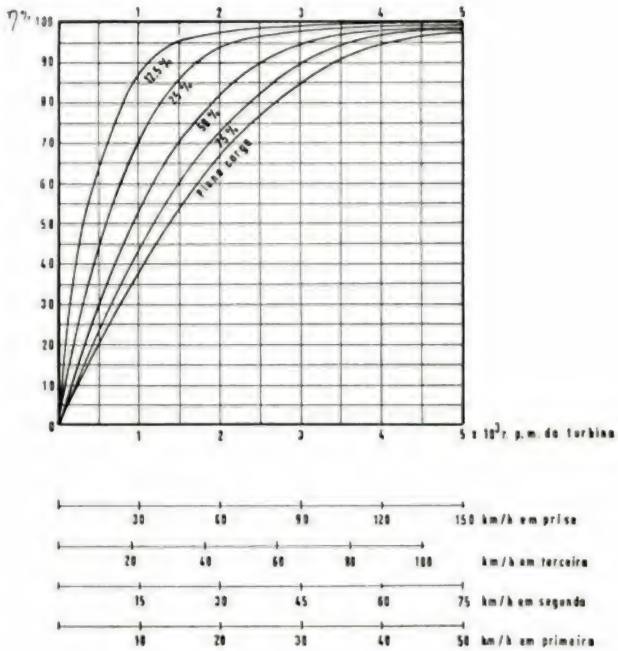
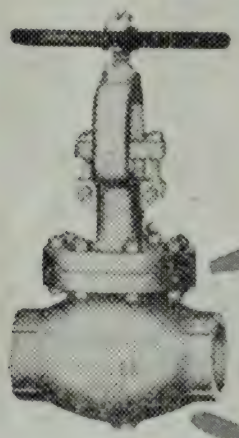


Fig. 14

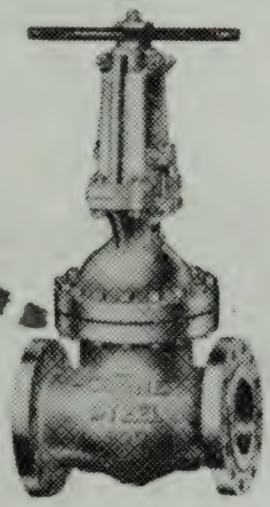
O Fiat 1.900, veículo relativamente pouco potente (60 c. v.) que adoptou esta solução beneficiava o rendimento do acoplamento, restringindo a sua gama de velocidades de funcionamento. Dispondo de 5 velocidades podia o motor trabalhar numa gama de velocidades bastante restrita, beneficiando as condições de rendimento do acoplamento.

Conclui-se pois que, efectivamente, a utilização dos acoplamentos fluidos deve ser judiciosamente ponderada e bem estudada, quer construtiva quer funcionalmente, a fim de obter as melhores condições de funcionamento e elevado rendimento na utilização.

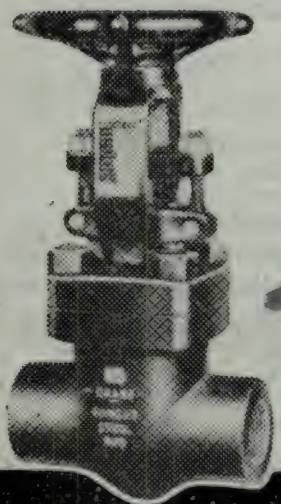
válvulas CRANE



em aço forjado



e aço fundido



As válvulas de corrediça, esféricas e de retenção são particularmente apropriadas para serviços a altas pressões, temperaturas altas e abaixo de zero e são usadas através do mundo em «pipe-lines» de grande extensão, em instalações industriais modernas, centrais eléctricas e refinarias de petróleo. De aço fundido, elas cobrem uma vasta gama de tamanhos até 24", de 150, 300 a 600 libras; de aço forjado, os tamanhos são até 2", de 600 libras. A Crane também fabrica válvulas de bronze e válvulas de ferro fundido

V 20

válvulas e ligações CRANE para todas as indústrias

Representantes de Equipamentos Britânicos de Engenharia, Lda.
Rua Joaquim António de Aguiar, 45-3.º — LISBOA

Um campo de aplição muito vasto e de multiplas possibilidades de implantação fazem do

carrocel Wheelabrator +GF+

uma máquina universal.

Esta máquina, decapa indiferentemente em condições racionais peças de grandes e pequenas dimensões.

Ela permite igualmente reduzir as despesas de manutenção.

Esta máquina universal está particularmente indicada para as fundições de programa de fabrico heterogéneo.

O rendimento e a rentabilidade das máquinas

Wheelabrator +GF+

mantem-se inigualáveis.

Uma gama de mais de 20 modêlos normais permite fazer face aos problemas mais diversos.

Georges Fischer Sociedade Anónima, Schaffhouse (Suiça)
Telescriptôr: 52915 geofischer schf

Sociedade Comercial ROMAR Lda.
Rua da Boavista, 83-1° D Lisboa

GM 1288/5

C. D. U. 531.18:512.831

Estudo Matricial dos Movimentos Relativos

CARLOS ALBERTO F. RONCON

Do 6.º ano de Engenharia Civil

Assistente do I. S. T.

1 — Introdução

Seja S, um referencial constituído por um sistema de 3 eixos, $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$, rígidos, tri-ortogonais, de origem num ponto O do espaço, arbitrário e tal que este se comporte como homogéneo e isótropo em relação a S.

Seja t, uma escala de tempos definida em S, por forma que o tempo seja uniforme e igual em todos os pontos de S (t independente do ponto).

Pode-se realizar um referencial deste tipo, tomando como referência a partir dum ponto qualquer do espaço, 3 estrelas muito afastadas que se podem considerar fixas — referencial estelar.

Neste referencial privilegiado e nesta escala de tempos privilegiada verifica-se, por hipótese, a lei de Newton, de proporcionalidade entre forças e acelerações

$$\bar{f} = m\bar{a} = m\ddot{\bar{r}} \tag{1.1}$$

Seja agora $\hat{S}$, um referencial constituído por 3 eixos rígidos, $\hat{e}_1$, $\hat{e}_2$, $\hat{e}_3$, ortogonais 2 a 2, animado em relação a S de um movimento de translação e rotação — movimento helicoidal.

Definamos em $\hat{S}$ uma escala de tempos $\hat{t}$, relacionada com a escala de tempos de S por meio da relação

$$\hat{t} = t \tag{1.2}$$

Em relação a este sistema arbitrário, o espaço comportar-se-á, à priori como não homogéneo e anisótropo, o que significa que as diferentes posições e orientações dum sistema particulário, mesmo isolado, não serão equivalentes sob o ponto de vista mecânico. Bem assim, o tempo não será, em princípio, uniforme, ou seja os seus diversos intervalos não serão equivalentes.

A complicação que estas propriedades do espaço e tempo introduzem no estudo dos fenómenos mecânicos é evidente. Em particular, um corpo não submetido à acção de nenhum campo exterior e em repouso em $\hat{S}$ num determinado instante, poder-se-á começar a mover no instante imediato numa certa direcção.

Note-se no entanto, que na aproximação clássica, não-relativista, do nosso estudo, o tempo será em $\hat{S}$ independente das coordenadas, como o era em S.

2 — Transformação de coordenadas

A posição de $\hat{S}$ em relação a S, é definida em qualquer instante pelas 3 coordenadas cartesianas do vector de posição $\bar{r}_0$ da sua origem, $\hat{O}$, e pela orientação dos versores dos seus eixos coordenados. Teremos

$$\begin{aligned}\hat{e}_1 &= \alpha_{11}\,\bar{e}_1 + \alpha_{12}\,\bar{e}_2 + \alpha_{13}\,\bar{e}_3\\ \hat{e}_2 &= \alpha_{21}\,\bar{e}_1 + \alpha_{22}\,\bar{e}_2 + \alpha_{23}\,\bar{e}_3\\ \hat{e}_3 &= \alpha_{31}\,\bar{e}_1 + \alpha_{32}\,\bar{e}_2 + \alpha_{33}\,\bar{e}_3\end{aligned} \tag{2.1}$$

ou simbòlicamente

$$[\hat{e}_1\ \hat{e}_2\ \hat{e}_3] = [\bar{e}_1\ \bar{e}_2\ \bar{e}_3]\ T \tag{2.2}$$

com

$$T = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

T é uma matriz cujos elementos são, em geral, funções explícitas do tempo, mas nunca das coordenadas.

Mas como o referencial $\hat{S}$ é tri-ortogonal

$$(\bar{e}_i\,,\,\bar{e}_k) = \delta_{ik} \text{ com } (i,k=1,2,3) \tag{2.4}$$

Logo T tem as propriedades duma matriz ortogonal; em particular, se representarmos por T^T a matriz transposta de T, e por T^{-1} a sua inversa, será

$$T^T = T^{-1}$$

e (2.5)

$$|T| = \pm 1$$

As transformações onde $|T| = +1$ dizem-se próprias e correspondem ao caso em que o sentido dos eixos de $\hat{S}$ coincide com o de S.

As transformações onde $|T| = -1$ dizem-se impróprias e correspondem ao caso em que $\hat{S}$ tem os eixos segundo um sentido inverso ao de S (inversão do espaço).

O conjunto das primeiras constitui um grupo; o das segundas não.

Seja $\bar{u}$, um vector que tem nos 2 sistemas de referência as representações

$$\bar{u} = u_1\,\bar{e}_1 + u_2\,\bar{e}_2 + u_3\,\bar{e}_3 = [\bar{e}_1\ \bar{e}_2\ \bar{e}_3] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = [\bar{e}_1\ \bar{e}_2\ \bar{e}_3]\,U$$

e (2.6)

$$\bar{u} = \hat{u}_1\,\hat{e}_1 + \hat{u}_2\,\hat{e}_2 + \hat{u}_3\,\hat{e}_3 = [\hat{e}_1\ \hat{e}_2\ \hat{e}_3] \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{u}_3 \end{bmatrix} = [\hat{e}_1\ \hat{e}_2\ \hat{e}_3]\,\hat{U}$$

Assimilemos a representação de $\bar{u}$ nos 2 sistemas de eixos, às matrizes colunas U e $\hat{U}$. Qual será a relação entre estas representações do mesmo vector em S e $\hat{S}$.

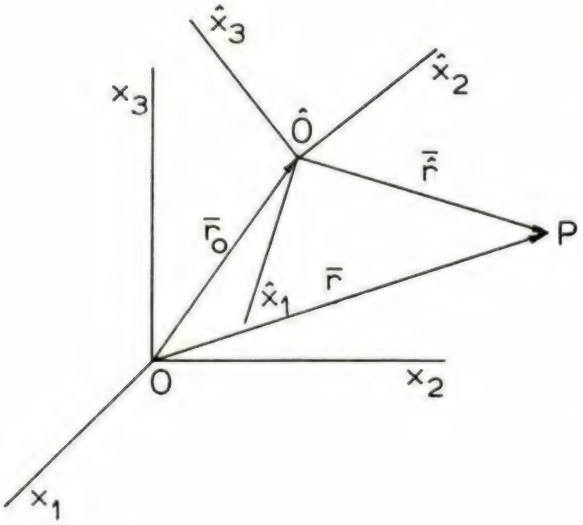
Como

$$[\bar{e}_1\ \bar{e}_2\ \bar{e}_3]\ U = [\hat{e}_1\ \hat{e}_2\ \hat{e}_3]\ \hat{U} = [\bar{e}_1\ \bar{e}_2\ \bar{e}_3]\ T\hat{U}$$

temos

$$U = T\hat{U} \qquad \text{e} \qquad \hat{U} = T^T U \tag{2.7}$$

Vemos que a multiplicação à esquerda por T^T converte um vector de $\hat{S}$ num vector de S e a multiplicação à esquerda por T efectua o contrário.



Seja agora P, o afixo de uma partícula de massa m que se move sob acção duma força $\bar{f}$.

Seja o seu vector de posição $\bar{r}$, representado pela matriz $R = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ em S e $\hat{r}$ representado por $\hat{R} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix}$ em $\hat{S}$.

O vector $\bar{r} - \bar{r}_0 = \hat{r}$, terá como representação nos dois sistemas de eixos as matrizes colunas $R - R_0$ e $\hat{R}$, relacionados por

$$R - R_0 = T\hat{R} \Longrightarrow R = R_0 + T\hat{R} \qquad (2.8)$$

atendendo a (2.7).

3 — Velocidade

Qual será a expressão da velocidade da partícula nos 2 sistemas base?

Em S temos $\bar{v} = \dfrac{d\bar{r}}{dt}$, que se representa pela matriz coluna

$$V = \frac{d}{dt} R = \dot{R} \qquad (3.1)$$

Derivando (2.8) em ordem ao tempo t, vem

$$\dot{R} = \dot{R}_0 + \dot{T}\hat{R} + T\dot{\hat{R}} \qquad (3.2)$$

Note-se que a derivada de R_0 dá directamente um vector de S, enquanto que a de $\dot{\hat{R}}$ só dá depois de transformado, multiplicado à esquerda por T. É pois, aconselhável, pôr

$$\dot{T}\,\hat{R} = (T\,T^T)\,\dot{T}\,\hat{R} = T\,(T^T\,\dot{T})\,\hat{R}$$

e fazendo

$$T^T\,\dot{T} = \hat{W} \qquad (3.3)$$

vem

$$\dot{R} = \dot{R}_0 + T\,(\hat{W}\,\hat{R} + \dot{\hat{R}}) \qquad (3.4)$$

onde a quantidade entre parêntesis, representa um vector de $\hat{S}$.

Vamos interpretar estes termos de $\dot{R}$.

Supunhamos em primeiro lugar um ponto fixo em $\hat{S}$, deslocando-se com ele em relação a S. A sua velocidade será, visto que $\hat{R}$ é constante.

$$\dot{R} = \dot{R}_0 + T\hat{W}\,\hat{R} \qquad (3.5)$$

A este valor da velocidade de P, que lhe corresponde pelo facto de estar solidário com $\hat{S}$, chamaremos velocidade de transporte, enquanto que a $T\,\dot{\hat{R}}$ chamaremos velocidade relativa.

$$\begin{aligned} V_t &= \dot{R}_0 + T\,\hat{W}\,\hat{R} \\ V_r &= T\,\dot{\hat{R}} \end{aligned} \qquad (3.6)$$

A velocidade relativa tem exactamente a mesma expressão que teria numa derivação simples em relação a $\hat{S}$, pois $\frac{d}{dt}\hat{R} = \frac{d}{d\hat{t}}\hat{R}$, atendendo a (1.2). A matriz T é apenas para converter o vector de $\hat{S}$ em vector de S.

Supunhamos que o movimento de $\hat{S}$ em relação a S, é uma translação pura. Neste caso T é constante (2.1) é logo, atendendo a (3.3) $\hat{W} = 0$.

Será pois

$$V_t = \dot{R}_0$$

Seja agora o movimento de $\hat{S}$, uma rotação pura em torno de $\hat{0}$. Então $R_0 = Cte$ e

$$V_t = T\,\hat{W}\,\hat{R}$$

Enquanto $\dot{R}_0$ tem o carácter duma velocidade de translação, $T\,\hat{W}\,\hat{R}$ tem o de velocidade de rotação.

4 — Matriz velocidade angular

À matriz $\hat{W}$ de $\hat{S}$, que multiplicada à esquerda por $\hat{R}$ dá a velocidade de rotação em $\hat{S}$, chama-se matriz velocidade angular.

A sua matriz semelhante em S será

$$W = T\hat{W}T^{-1} = T\,W\,T^T = T\,(T^T\dot{T})\,T^T = \dot{T}\,T^T \tag{4.1}$$

A matriz W é hemi-simétrica, visto que

$$T\,T^T = I \text{ (matriz identidade)}$$

donde derivando vem

$$\frac{d}{dt}(T\,T^T) = 0 \Longrightarrow \dot{T}\,T^T + T\,\dot{T}^T = 0 \Longrightarrow \dot{T}\,T^T + (\dot{T}\,T^T)^T = 0 \Longrightarrow W + W^T = 0 \tag{4.2}$$

logo W é hemi-simétrica.

O carácter de hemi-simetria é invariante numa transformação ortogonal pelo que $\hat{W}$, também o é. Temos pois que $|W| = |\hat{W}| = 0$, pois são de ordem ímpar.

W é então do tipo

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Qual será o operador a que corresponde a matriz velocidade angular W?

Para resolver esta questão, determinemos em 1.º lugar, os vectores reais de S cuja direcção fica invariante por meio da transformação linear W.

Será um vector $\bar{x}$, representado pela matriz coluna X, tal que

$$W\,X = \lambda\,X \tag{4.4}$$

Um vector que satisfaça a esta condição, diz-se vector próprio da matriz W, e será a solução do sistema linear homogéneo de 3 equações a 3 incógnitas

$$(W - \lambda\,I)\,X = 0 \tag{4.5}$$

que só terá soluções não triviais, se for indeterminado, ou seja se

$$|W - \lambda I| = 0 \tag{4.6}$$

Esta equação é a equação característica da matriz W, e os valores de λ que a verificam dizem-se valores característicos ou valores próprios da matriz.

No caso da matriz (4.3) as raízes da equação característica são

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = i\,\omega \\ \lambda_3 = -i\,\omega \end{cases} \quad \text{com} \quad \omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2} \tag{4.7}$$

O único vector próprio real é o que corresponde a $\lambda = 0$, solução do sistema

$$W X = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

A solução deste sistema é

$$X = k\,\Omega \quad \text{com} \quad \Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \text{ e } k \text{ arbitrário} \tag{4.9}$$

Ω é a matriz coluna representativa do vector $\bar{\omega} = \omega_1 \bar{e}_1 + \omega_2 \bar{e}_2 + \omega_3 \bar{e}_3$.

Notemos agora que o vector $W\bar{x}$, com $\bar{x}$ arbitrário, é normal a $\bar{x}$ e a $\bar{\omega}$. De facto, sendo o sistema de referência tri-ortogonal a matriz da métrica $G \equiv I$ e então

$$(\bar{x}, W\bar{x}) = X^T W X = (X^T W X)^T \quad \text{visto que é uma matriz } 1 \times 1$$

$$= X^T W^T X = -X^T W X \implies X^T W X = 0$$

$$(W\bar{x}, \bar{\omega}) = (W X)^T \Omega = X^T W^T \Omega = -X^T (W \Omega) = 0$$

pois $\bar{\omega}$ é vector próprio de W, correspondente ao valor próprio nulo.

Além disso, o módulo de $W\bar{x}$ vale

$$|W\bar{x}|^2 = (W X)^T W X = X^T W^T W X = X^T W^2 X$$

Ora

$$W^2 = W \,.\, W = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -\omega_2^2 - \omega_3^2 & \omega_1 \omega_2 & \omega_1 \omega_3 \\ \omega_1 \omega_2 & -\omega_1^2 - \omega_3^2 & \omega_2 \omega_3 \\ \omega_1 \omega_3 & \omega_2 \omega_3 & -\omega_1^2 - \omega_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \omega_1 \omega_2 & \omega_1 \omega_3 \\ \omega_1 \omega_2 & \omega_2^2 & \omega_2 \omega_3 \\ \omega_1 \omega_3 & \omega_2 \omega_3 & \omega_3^2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

logo $W^2 = \Omega\,\Omega^T - \omega^2 I$ (4.10)

Então

$$|W\bar{x}|^2 = -X^T(\Omega\,\Omega^T - \omega^2 I)X = -X^T\Omega\,\Omega^T X + \omega^2 X^T X = -(\Omega^T X)^T(\Omega^T X) + \omega^2 X^T X$$

Ora

$\Omega^T X = (\bar{\omega}, \bar{x}) = \omega x \cos\Theta$, sendo Θ o ângulo de $\bar{\omega}$ com $\bar{x}$

$X^T X = (\bar{x}, \bar{x}) = x^2$

Logo

$$|W\bar{x}|^2 = \omega^2 x^2 - \omega^2 x^2 \cos^2\Theta = \omega^2 x^2 \operatorname{sen}^2\Theta \implies$$

$$\implies |W\bar{x}| = \omega x \operatorname{sen}\Theta \tag{4.11}$$

Se, $W\bar{x}$ é um vector de módulo $\omega x \operatorname{sen}(\bar{\omega}, \bar{x})$ e normal a $\bar{\omega}$ e a $\bar{x}$, temos que

$$W\bar{x} = \bar{\omega} \wedge \bar{x} \quad (^1) \tag{4.12}$$

e logo a matriz W representa o operador linear $\bar{\omega} \wedge$ (²).

Ao vector $\bar{\omega}$ chama-se velocidade angular de $\hat{S}$ em relação a S.

A matriz $\dot{W}$ também corresponderá a um operador $\dot{\bar{\omega}} \wedge$ que será um vector próprio de $\dot{W}$ correspondente ao valor próprio 0.

E como uma transformação de semelhança, deixa invariantes os vectores próprios de uma matriz, concluimos que entre a matriz $\hat{\Omega}$ representativa de $\bar{\omega}$ e Ω haverá a relação

$$\Omega = T\hat{\Omega} \tag{4.13}$$

(¹) A hipótese $\bar{x} \wedge \bar{\omega}$ não sastisfaz, de acordo com os sinais adoptados em (4.3).

(²) Esta propriedade é característica de todas as matrizes hemi-simétricas e pode estabelecer-se com maior generalidade do seguinte modo:

Definamos um tensor triplo hemi-simétrico e_{ijk} tal que:

$$e_{ijk} = \begin{cases} 0 \text{ se 2 índices são iguais} \\ +1 \text{ se ijk é uma permutação par} \\ -1 \text{ se ijk é uma permutação ímpar} \end{cases}$$

É fácil de ver — e deixa-se como exercício ao leitor — que

$$w_{jk} = \Sigma_i\, \omega_i\, e_{ijk} \qquad (i, j, k = 1, 2, 3)$$

são os elementos da matriz W definida (4.3), e que dados 2 vectores arbitrários $\bar{a}$ e $\bar{b}$ o seu produto externo é um terceiro vector $\bar{c}$, cujas componentes c_j estão relacionadas com as de $\bar{a}$ e $\bar{b}$, através da relação

$$c_j = \Sigma_{ik}\, a_i\, e_{ijk}\, b_k \qquad (i, j, k = 1, 2, 3)$$

Logo, a matriz W representativa do tensor de segunda ordem W_{jk}, aplicado a um vector $\bar{x}$ arbitrário, dará origem a um vector $\bar{y}$ tal que:

$$y_j = \Sigma_k\, W_{jk}\, x_k = \Sigma_{ik}\, \omega_i\, e_{ijk}\, x_k \qquad (i, j, k = 1, 2, 3)$$

donde

$$\bar{y} = W\bar{x} = \bar{\omega} \wedge \bar{x}$$

5 — Aceleração

Qual será a relação entre as expressões da aceleração nos dois sistemas de referência?

Derivando (3.2) em ordem a t, vem

$$\ddot{R} = \ddot{R}_o + \ddot{T}\hat{R} + 2\dot{T}\dot{\hat{R}} + T\ddot{\hat{R}} \tag{5.1}$$

ou derivando (3.4) obtemos

$$\ddot{R} = \ddot{R}_o + \dot{T}\hat{W}\hat{R} + T\dot{\hat{W}}\hat{R} + T\hat{W}\dot{\hat{R}} + \dot{T}\dot{\hat{R}} + T\ddot{\hat{R}}$$

e como $\dot{T} = T\hat{W}$

$$\ddot{R} = \ddot{R}_o + T\,(\hat{W}^2\hat{R} + \dot{\hat{W}}\hat{R} + 2\,\hat{W}\dot{\hat{R}} + \ddot{\hat{R}}) \tag{5.2}$$

onde a quantidade entre parentesis é um vector de $\hat{S}$

Interpretemos estes termos de $\ddot{R}$

a — O termo $T\ddot{\hat{R}}$, é evidentemente, a aceleração relativa a $\hat{S}$, escrita como vector de S (¹)

b — Supunhamos agora um ponto fixo em $\hat{S}$. A aceleração desse ponto é, visto que $\hat{R}$ é constante

$$\ddot{R} = \ddot{R}_o + T\hat{W}^2 R + T\dot{\hat{W}}\hat{R} \tag{5.3}$$

a este valor chamaremos aceleração de transporte, $\bar{a}_t$.

$\ddot{R}_o$ — é a aceleração existente no caso do movimento de $\hat{S}$ em relação a S ser uma translação pura.

$T\dot{\hat{W}}\hat{R}$ — é devido à variação da velocidade angular com o tempo. $\dot{\hat{W}}$, é a matriz aceleração angular, e $\dot{\hat{W}}\hat{R}$ é a aceleração de P devida à aceleração angular escrita como vector de $\hat{S}$.

$T\hat{W}^2\hat{R}$ — é a aceleração dum ponto de $\hat{S}$ no caso do movimento deste em S ser uma rotação pura em torno da origem $\hat{O}$, (R_0 constante) de velocidade angular constante ($\hat{W}$ constante). Nesta hipótese, a única aceleração que subsiste é a centrípeta. $\hat{W}^2\hat{R}$, é pois a aceleração de transporte centrípeta escrita como vector de $\hat{S}$.

c — O restante termo $2\,T\hat{W}\dot{\hat{R}}$, proporcional à velocidade angular de $\hat{S}$ em S e à velocidade relativa a $\hat{S}$, é de interpretação física mais difícil (²). Denomina-se aceleração complementar ou de Coriolis, $\bar{a}_c$.

Assim entre as acelerações em S ($\bar{a}_0$) e em $\hat{S}$ ($\bar{a}_r$) existe a relação

$$\bar{a}_0 = \bar{a}_r + \bar{a}_t + \bar{a}_c \tag{5.3}$$

Se sobre a partícula P actuar uma resultante de forças $\bar{f}$, representada em S pela matriz coluna F, a equação do movimento será em S

$$F = m\ddot{R} = m\left[\ddot{R}_o + T\,(\hat{W}^2\hat{R} + \dot{\hat{W}}\hat{R} + 2\,\hat{W}\dot{\hat{R}} + \ddot{\hat{R}})\right] \tag{5.4}$$

e em $\hat{S}$

$$\hat{F}_r = m\ddot{\hat{R}} = T^T F - m\,(T^T\ddot{R}_0 + \hat{W}^2 R + \dot{\hat{W}}\hat{R}) - 2\,m\,\hat{W}\dot{\hat{R}} \tag{5.4}$$

(¹) Não é demais frizar que sendo a aceleração relativa a $\hat{S}$ dada evidentemente pela expressão $\frac{d^2\hat{R}}{d\hat{t}^2}$, ela só é equivalente a $\ddot{\hat{R}}$, onde a derivação é feita em ordem a t, devido à definição que fizemos em 1 do tempo em $\hat{S}$, traduzida pela expressão (1.2).

(²) O significado desta aceleração pode ser melhor compreendido com o seguinte exemplo.

Um corpo cai em queda livre. Qual será a sua trajectória em relação a um observador ligado à Terra?

Como a velocidade angular da Terra é constante, desprezando as acções devidas aos outros astros, a resultante das forças de inércia de transporte e da gravidade passa pelo eixo de rotação. Parece pois que a trajectória do corpo se deve manter no plano meridiano que contém a sua posição inicial. Mas, a velocidade tangencial do corpo sendo

ou pondo

$$-m\,(T^T\,\ddot{R}_0 + W^2\hat{R} + \dot{\hat{W}}\hat{R}) = \hat{F}_t \text{ — força de inércia de transporte}$$

$$-2\,m\,\hat{W}\,\dot{\hat{R}} = \hat{F}_c \text{ — força de inércia complementar ou de Coriolis}$$

$$T\;\;F = \hat{F} \text{ — representação do vector } \bar{f} \text{ em } \hat{S}$$

a equação de Newton devem

$$m\,\ddot{\hat{R}} = \hat{F}_r = \hat{F} + \hat{F}_t + \hat{F}_c \tag{5.5}$$

isto é a equação fundamental da dinâmica só subsiste no seu aspecto habitual no referencial $\hat{S}$, se supusermos existir uma força relativa actuante ($\bar{f}_r$) originária do movimento, igual à resultante das forças aplicadas e das de inércia devidas ao movimento de $\hat{S}$ em relação a S.

6 — Relatividade de Galileu

Vejamos quais serão os referenciais, além de S, onde se verificará a equação de Newton (1.1) com o mesmo valor da força que em S, isto é

$$\hat{F} = m\,\ddot{\hat{R}}$$

o que exige atendendo a (5.5)

$$\begin{aligned} \hat{F}_c &= 0 \\ \hat{F}_t &= 0 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Para isso é necessário que se tenha simultâneamente

a) — $\hat{W} = 0$ — o movimento de $\hat{S}$ em S é uma translação pura — $\Longrightarrow$ $T^T\,\dot{T} = 0$

E sendo o espaço de S isótropo, a escolha da direcção de $\hat{e}_1$, $\hat{e}_2$, $\hat{e}_3$, é arbitrária, donde T é arbitrário. Logo

$$\dot{T} = 0 \Longrightarrow T = \text{Constante} \tag{6.2}$$

b) — $\ddot{R}_0 = 0$ — a translação é uniforme — $\Longrightarrow$

$$\Longrightarrow \dot{R}_0 = \text{Cte} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \Longrightarrow \qquad R_0 = \begin{bmatrix} v_1\,t \\ v_2\,t \\ v_3\,t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ x_{03} \end{bmatrix} \tag{6.3}$$

---

normal à resultante das forças é uma constante do movimento. Ora, esta velocidade, que coincide com a velocidade tangencial de rotação do ponto $\hat{R}_0$ solidário com a Terra onde ele se encontra à partida, vale $W\,\hat{R}_0$. Ao cair, a velocidade tangencial dos pontos onde ele vai passando é $W\,\hat{R} < W\,\hat{R}_0$ pois estão mais perto do eixo de rotação.

Os sucessivos observadores, colocados nos pontos da trajectória do corpo, têm, pois, cada vez menos velocidade tangencial, visto que estão cada vez mais próximos do eixo de rotação. Mas, como o corpo conserva a sua velocidade tangencial esta é cada vez maior em relação ao observador solidário com a Terra sito nos sucessivos pontos de passagem. Quer dizer, pelo facto de ele conservar a sua velocidade tangencial constante, comporta-se em relação ao observado, onde ela varia com a cota, como possuindo uma aceleração tangencial à Terra, normal portanto aos planos meridianos onde passa. Logo, o corpo não se conserva num plano, mas avança no sentido do movimento de rotação da Terra — para Leste.

Esta aceleração que o corpo possui no seu movimento em relação à Terra, é a aceleração de inércia de Coriolis $-2\,\hat{W}\,\dot{\hat{R}}$, onde o sinal (—) indica a sua característica de inércia.

SUNWAY - Os Estores de concepção ultramoderna que graças às suas reconhecidas características de segurança, eficiência e poder decorativo são recomendados para qualquer ambiente.

Sistema revolucionário de ligação das lâminas por meio de fios de Terylene extremamente finos e de extraordinária resistência, alta qualidade de todas as partes componentes, funcionamento silencioso e facilidade de limpeza — são as características principais dos Estores «Sunway».

ESTORES **SUNWAY**

(DIVISÃO DA BELL'S & CA., LDA.)

AVENIDA GENERAL ROCADAS, 68-C e 68-D

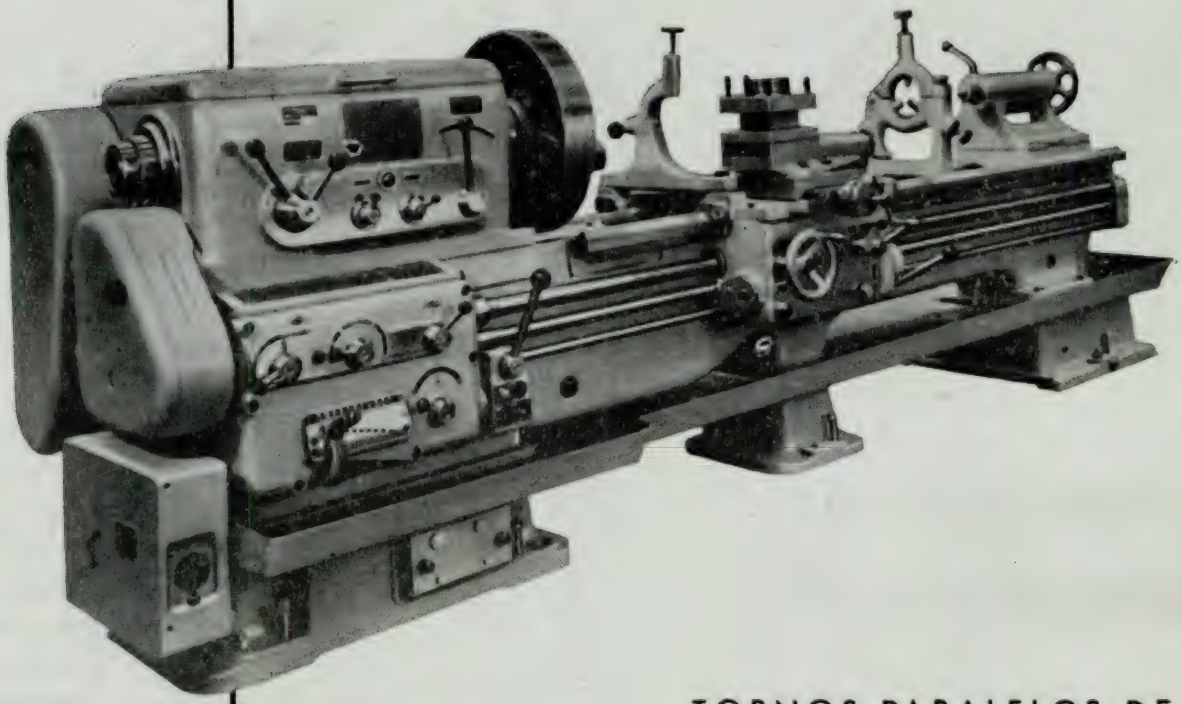
TELEF. 83 54 35 TELEG. SUNWAY

LISBOA 1

SOCIEDADE COMERCIAL ROMAR

EQUIPAMENTOS INDUSTRIAIS

»TECHNOIMPEX«
BUDAPEST



TORNOS PARALELOS DE
1000, 2000 E 3000 m/m
DE DISTÂNCIA ENTRE PONTOS

HAVAS-L

MÁQUINAS — FERRAMENTAS
PARA ENTREGA IMEDIATA
NOS NOSSOS ARMAZÉNS

SOCIEDADE COMERCIAL ROMAR, LDA.

LISBOA—PORTO—LUANDA—L. MARQUES

Sem perda de generalidade para as conclusões que vamos tirar, podemos pôr os eixos de $\hat{S}$ paralelos aos de S, ou seja

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I \tag{6.4}$$

e de origem num ponto $\hat{O}$ tal, que coincida com O no início da contagem dos tempos, o que anula a matriz coluna $\begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ x_{03} \end{bmatrix}$ de R_0.

As transformações de coordenadas $\hat{S} \rightleftarrows S$, serão dadas por uma expressão do tipo (2.8)

$$R = R_0 + I\hat{R} \implies \hat{R} = R - R_0$$

ou seja

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = x_1 - v_1 t \\ \hat{x}_2 = x_2 - v_2 t \\ \hat{x}_3 = x_3 - v_3 t \\ \hat{t} = t \end{cases} \tag{6.5}$$

que com

constituem um grupo de transformações do espaço-tempo de S, no espaço-tempo de $\hat{S}$, caracterizado pela covariância numa transformação deste tipo, da equação fundamental da Dinâmica.

As equações (6.5) têm o nome de grupo de transformação de Galileu, e os referenciais $\hat{S}$ assim relacionados com S, chamam-se referenciais de Galileu ou de inércia.

Estas expressões traduzem o princípio da relatividade de Galileu.

7 — Aplicações

Dois tipos de problemas se podem pôr:

a — É dada a matriz T de transformação dos eixos — o que é raro, — a posição de $\hat{O}$ e a lei de forças; pede-se o movimento em relação a $\hat{S}$.

Este problema não oferece qualquer dificuldade. Utilizando a expressão (5.1) e atendendo a (1.1) temos

$$T\ddot{\hat{R}} = \ddot{R} - \ddot{R}_0 - \ddot{T}\hat{R} - 2\dot{T}\dot{\hat{R}} \implies$$

$$\implies \ddot{\hat{R}} = \frac{1}{m} T^T F - T^T \ddot{R}_0 - T^T \ddot{T}\hat{R} - 2T^T \dot{T}\dot{\hat{R}} \tag{7.1}$$

sistema de 3 equações diferenciais de segunda ordem.

O cálculo de $\bar{\omega}$ faz-se determinando a matriz velocidade angular W a partir de (4.1); atendendo depois a (4.3) determinamos as componentes ω_1, ω_2, ω_3 da velocidade angular.

A velocidade angular em $\hat{S}$ determina-se por idêntico raciocínio a partir de (3.3).

b — É dado o movimento de $\hat{S}$ em relação a S, através $\bar{\omega}$ de $\bar{r}_0$ e a lei de forças; queremos determinar o movimento em relação a $\hat{S}$.

Se $\bar{\omega}$, $\bar{f}$ e $\bar{r}_0$ são fàcilmente calculáveis em $\bar{S}$, não é necessário determinar a matriz de transformação T, e aplica-se directamente a expressão (5.4).

Mas no caso geral isto não sucede e é preciso calcular T.

A partir da expressão (4.1) tira-se

$$\dot{T} = WT \tag{7.2}$$

Construimos a matriz W a partir de $\bar{\omega} = \omega_1 \bar{e}_1 + \omega_2 \bar{e}_2 + \omega_3 \bar{e}_3$ atendendo a (4.3) e teremos

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha}_{11} & \dot{\alpha}_{12} & \dot{\alpha}_{13} \\ \dot{\alpha}_{21} & \dot{\alpha}_{22} & \dot{\alpha}_{23} \\ \dot{\alpha}_{31} & \dot{\alpha}_{32} & \dot{\alpha}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \tag{7.3}$$

donde

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_{11} = -\omega_3 \alpha_{21} + \omega_2 \alpha_{31} \\ \dot{\alpha}_{12} = -\omega_3 \alpha_{22} + \omega_2 \alpha_{32} \\ \vdots \end{cases} \tag{7.4}$$

sistema de 9 equações a 9 incógnitas, de primeira ordem, que permite determinar os α_{ik} em função do tempo. As 9 constantes de integração determinam-se a partir da posição relativa inicial de $\hat{S}$ e S.

Se a velocidade angular nos é dada em $\hat{S}$, construimos a partir do seu valor a matriz $\hat{W}$, e da expressão (3.3) temos

$$\dot{T} = T\hat{W} \tag{7.5}$$

que é um sistema de equações equivalente a (7.4) que nos permite calcular T.

b' — Caso de $\bar{\omega}$ constante:

É muito frequente no entanto, que o sistema não de inércia em relação ao qual se deseja determinar o movimento tenha velocidade angular constante em S. Nessa altura o sistema de equações (7.3) ou (7.5) admite uma integração imediata.

Se $\bar{\omega}$ é constante então W também o é. Ora

$$\dot{T} = W T$$

e derivando vem

$$\ddot{T} = W\dot{T} = W(WT) = W^2 T$$

Derivando novamente

$$\dddot{T} = W^2 \dot{T}$$

e de (4.10) temos

$$\dddot{T} = (\Omega \Omega^T - \omega^2 I)\, \dot{T} = \Omega\Omega^T (WT) - \omega^2 I\, \dot{T} = \Omega\, (\Omega^T W)\, T - \omega^2 \dot{T} = -\omega^2 \dot{T} \tag{7.6}$$

visto ω ser vector próprio de W correspondente ao valor próprio 0.

Logo

$$\dddot{T} + \omega^2 \dot{T} = 0 \tag{7.7}$$

Integrando

$$\ddot{T} + \omega^2 T = C' \tag{7.8}$$

sendo C' uma matriz c'_{ik} de elementos constantes.

Os elementos α_{ik} de T obedecem à equação diferencial

$$\ddot{\alpha}_{ik} + \omega^2 \alpha_{ik} = c'_{ik} \tag{7.8'}$$

equação linear não homogénea de coeficientes constantes cuja solução geral é do tipo

$$\alpha_{ik} = A_{ik} \cos(\omega t + \delta_{ik}) + c_{ik} \tag{7.9}$$

com $c_{ik} = c'_{ik}/\omega^2$, ou

$$\alpha_{ik} = a_{ik} \cos \omega t + b_{ik} \operatorname{sen} \omega t + c_{ik} \tag{7.10}$$

ou seja

$$T = A \cos \omega t + B \operatorname{sen} \omega t + C \tag{7.11}$$

As matrizes constantes A, B e C cujos elementos genéricos são indicados em (7.10), determinam-se a partir das seguintes relações tomadas no instante inicial

$$\begin{aligned} &- \text{posição relativa de } \hat{S} \text{ e } S \\ &- \dot{T} = W\ T \\ &- \ddot{T} = W^2\, T \end{aligned} \tag{7.12}$$

O raciocínio aqui exposto pode repetir-se passo a passo para o caso de ser dado $\hat{W}$ em vez de W, e conduziria a soluções formalmente idênticas a (7.11). Neste caso, as matrizes constantes, determinar-se-iam a partir de

$$\begin{aligned} &- \text{posição inicial de } \hat{S} \text{ e } S \\ &- T = T\,\hat{W} \\ &- \ddot{T} = T\,\hat{W}^2 \end{aligned} \tag{7.13}$$

tomados no instante inicial.

Vejamos como podemos exprimir as constantes de integração A, B e C em função apenas da posição inicial de $\hat{S}$ em S.

Seja T_0 a matriz de transformação das coordenadas nesse instante, isto é, tal que

$$[\hat{e}_1(0) \quad \hat{e}_2(0) \quad \hat{e}_3(0)] = [\bar{e}_1 \quad \bar{e}_2 \quad \bar{e}_3]\ T_0 \tag{7.14}$$

A partir de (7.11), temos que

$$\begin{aligned} T &= \quad A \cos \omega t + B \operatorname{sen} \omega t + C \\ \dot{T} &= - A\,\omega \operatorname{sen} \omega t + B\,\omega \cos \omega t \\ \ddot{T} &= - A\,\omega^2 \cos \omega t - B\,\omega^2 \operatorname{sen} \omega t \end{aligned} \tag{7.15}$$

Para $t = 0$ vem, atendendo a (7.12) e (7.14)

$$\begin{aligned} T_0 &= \quad A + C \\ (\dot{T})_0 &= \quad \omega B = W\,T_0 = \omega\, H\ T_0 \\ (\ddot{T})_0 &= - \omega^2 A = W^2\, T_0 = \omega^2 H^2\ T_0 \end{aligned} \tag{7.16}$$

fazendo $\frac{1}{\omega}\, W = H$

A matriz H, constrói-se do mesmo modo que W, utilizando em vez das componentes ω_1, ω_2, ω_3 da velocidade angular os seus cosenos directores h_1, h_2, h_3. Então.

$$A = - H^2\, T_0 \qquad B = H\ T_0 \qquad C = (H^2 + I)\ T_0 \tag{7.18}$$

e logo

$$T = (- H^2 \cos \omega t + H \operatorname{sen} \omega t + H^2 + I)\ T_0 \tag{7.19}$$

ou se partíssemos de $\hat{W}$, usando as condições (7.13) chegaríamos a

$$T = T_0\ (- \hat{H}^2 \cos \omega t + \hat{H} \operatorname{sen} \omega t + \hat{H}^2 + I) \tag{7.20}$$

Deixa-se como exercício verificar que T assim definido satisfaz à condição de ser matriz ortogonal ($T\,T^T = I$).

C. D. U. 536.65.02:536.763

Demonstração e generalização do teorema de Kirchhoff e da equação de Clapeyron-Clausius em Termoestática

(Complemento)

JOSÉ JOAQUIM DELGADO DOMINGOS
Assistente de I. S. T.

0 — Feita a demonstração e generalização do teorema de Kirchhoff e da equação de Clapeyron-Clausius no número anterior da «Técnica» pensámos conveniente (em face de esclarecimentos pedidos) acentuar alguns pontos fundamentais implícitos na demonstração em ordem a evidenciar os conceitos físicos muito simples que a ela presidiram.

1.1 — No tratamento do problema exige-se que as transformações sejam reversíveis porque só assim as evoluções podem ser descritas dentro do modelo termoestático adoptado.

1.2 — Embora a demonstração seja feita em termostática os resultados serão válidos se as evoluções forem tais que as variações que interessam foram univocamente determinadas pelo conhecimento dos estados inicial e final, e portanto univocamente calculáveis dentro do modelo termoestático. Assim, sendo E uma função de estado, e portanto uma função do ponto no espaço termoestático é

$$\Delta E_{ab} = \int_a^b \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial E}{\partial x_i} dx_i = \sum_{i=1}^{n} \int_a^b P_i \, dx_i$$

e portanto, para que algum dos $\int_a^b P_k \, dx_k = \Delta \varepsilon_{ab}$ seja univocamente determinado pelo conhecimento dos estados inicial e final terá de ser ε uma função do ponto no espaço termoestático o que acontecerá quando:

a) $\sum_{i=1}^{n} \int_a^b P_i \, dx_i = 0$ (para $i \neq k$) porque então $\Delta E_{ab} = \int_a^b P_k \, dx_k = \Delta \varepsilon_{ab}$ e $\Delta \varepsilon_{ab}$ será função do ponto porque ΔE_{ab} também o é por hipótese.

b) $\sum_{i=1}^{n} \int_a^b P_i \, dx_i = \Delta \varphi_{ab}$ (para $i \neq k$), sendo φ uma função do ponto no espaço termoestático, porque então $\Delta E_{ab} = \Delta \varphi_{ab} + \int_a^b P_k \, dx_k$, ou seja $(\Delta E_{ab} - \Delta \varphi_{ab}) = \Delta \Psi_{ab} = \int_a^b P_k \, dx_k = \Delta \varepsilon_{ab}$ e como ΔE_{ab} e $\Delta \varphi_{ab}$ são funções do ponto, por hipótese, sê-lo-á $\Delta \varepsilon_{ab}$.

Como se verifica as condições impostas por 1.2 *a* e *b* são afinal equivalentes às que se exigem em 1.1.

2 — Exemplificaremos com os casos sobejamente conhecidos dos calores de reacção. Para que ΔQ — calor de reacção — seja uma função apenas do estado inicial e final consideram-se habitualmente os seguintes casos, em que por hipótese todo o trabalho que o sistema eventualmente realize é trabalho de pressão:

a) A evolução faz-se a volume constante

Então sendo U a energia interna é

$$dU = dQ + d\tau \quad \text{e como} \quad d\tau = -P\,dv \quad \text{é} \quad d\tau = 0$$

donde $\Delta U = \Delta Q$

e portanto ΔQ é apenas função do estado inicial e final, e determinável pelas variações da função de estado energia interna.

Justifica-se assim a identificação de E com U e dá o exemplo de 1.2-a.

b) A evolução faz-se a pressão constante

De $dU = dQ + d\tau$ e $d\tau = -P\,dv$

Será $dU = dQ + v\,dP - d(Pv)$

como $v\,dP = 0$ por hipótese

$$dU + d(Pv) = dQ = dH$$

sendo H a entalpia

Portanto $\Delta H = \Delta Q$

e ΔQ é de novo apenas função do estado inicial e final, determinável agora pelas variações da função de estado entalpia, que neste caso se idenfificará com E. Fica também assim exemplificado 1.2.b.

BIBLIOTECA
FICHEIRO

Classificadores responsáveis:

José Fernando Pinharanda, João Carvalho Marques, António Pires Carreto, José Manuel Gonçalves e Alberto Romão Dias

---

Recortar as indicações bibliográficas que formam uma ficha e estão encimadas por CDU (Classificação Decimal Universal).

Colar cada referência num pequeno rectângulo de cartolina de 75 × 125 mm.

Ordenar pelos índices decimais, *começando da esquerda para a direita,* independentemente do número de algarismos que o índice contiver, e respeitando a seguinte regra de arrumação dos sinais auxiliares:

+ / n.os simples : [ ] = (01/09) (1/9) (=) " "A/Z — .0 .00

Consultar, em casos duvidosos, a exemplificação inserida na «Técnica» n.º 218 e seguintes, ou recorrer à Biblioteca da A. E. I. S. T.

Notar que a inserção das fichas nesta publicação respeita a ordem correcta, no intuito de a esclarecer o mais possível.

A comodidade de possuir no próprio local de trabalho um arquivo ordenado e de fácil consulta sobre assuntos que se sabe onde existem, é uma das evidentes vantagens de um ficheiro classificado segundo a CDU.

Os assuntos de que estas fichas são referência ficam patentes à consulta a partir desta data.

ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. U. 621..314.65

Cuve monoanodique de construction nouvelle pour convertisseurs statiques de faible puissance — *Max Bosch, Werner Schmalenberg et Franz Wesselak.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 161-165, 4 figs. e bibliografia.

C. D. U. 621.314.7 : 621.375.4

Silicon Diffused Power Transitors — *P. F. Castle.*

AEI Engineering, 1-961, vol. 1, n.º 1, pág. 34-40.

C. D. U. 621.315.004

El diagrama del circulo de una linea de transporte de energia — *J. Kariger.*

Dyna, 1-961, n.º 1, pág. 2-13.

C. D. U. 621.316.53

New contactors and contactor-operated 10 A direct--on-line startes — *Carlsson, J. E.*

Asea Journal 33 (1960): 10-11, pág. 169-172.

C. D. U. 621.316.54 027.838

Interruptores múltiples de chorro libre para 380 kV — *Hochrainer, August.*

La AEG al día 1959, n.º 2, pág. 135-140, 12 gravuras.

C. D. U. 621.316.923.1

High-voltage HRC Fuses with Optimized Grading of the Fuse Wire — *Hans Bitter.*

Siemens Review XXVIII (1961), pág. 54-56.

C. D. U. 621.316.923.1

Coupe-circuit haute tension à grand pouvoir de coupure avec fusible optimum — *Hans Bitter.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 264-265, 2 figuras e 1 tabela.

C. D. U. 621.316.923.2

High-breaking-capacity cartridge fuses — *A. L. Lawrence.*

AEI Engineering, 7/8-961, vol. 1, n.º 7-8, pág. 290-298.

C. D. U. 621.316.925 : 621.313.323.018.5

Out of Step Protection for Synchrones Motors — *Trickey.*

AEI Engineering, 2 961, vol. 1, n.º 2, pág. 82-88.

C. D. U. 621.316.925 : 621.313.322.-81

Electrical protection of turbine-generators — *C. Ryder.*

Metropolitan Vicker Gazette, 11-959, vol. 30, n.º 484, pág. 284-289.

C. D. U. 621.316.925. : 621.315.1.054.42

Protection of transmission and distribuiton lines containing series capacitors — *S. L. Hamlin.*

Journal IEE, 5-961, vol. 7, n.º 77, pág. 278-280.

Aglomerado Negro de Cortiça

... o isolante mundialmente preferido

na construção moderna.

ISOLAMENTOS

TÉRMICOS · ACÚSTICOS E VIBRÁTICOS

IŞOLA

SOC. COM. de ISOLAMENTOS de CORTIÇA, LDA.
Av. António Augusto de Aguiar, 17 - Lisboa
TEL: 47824-41697

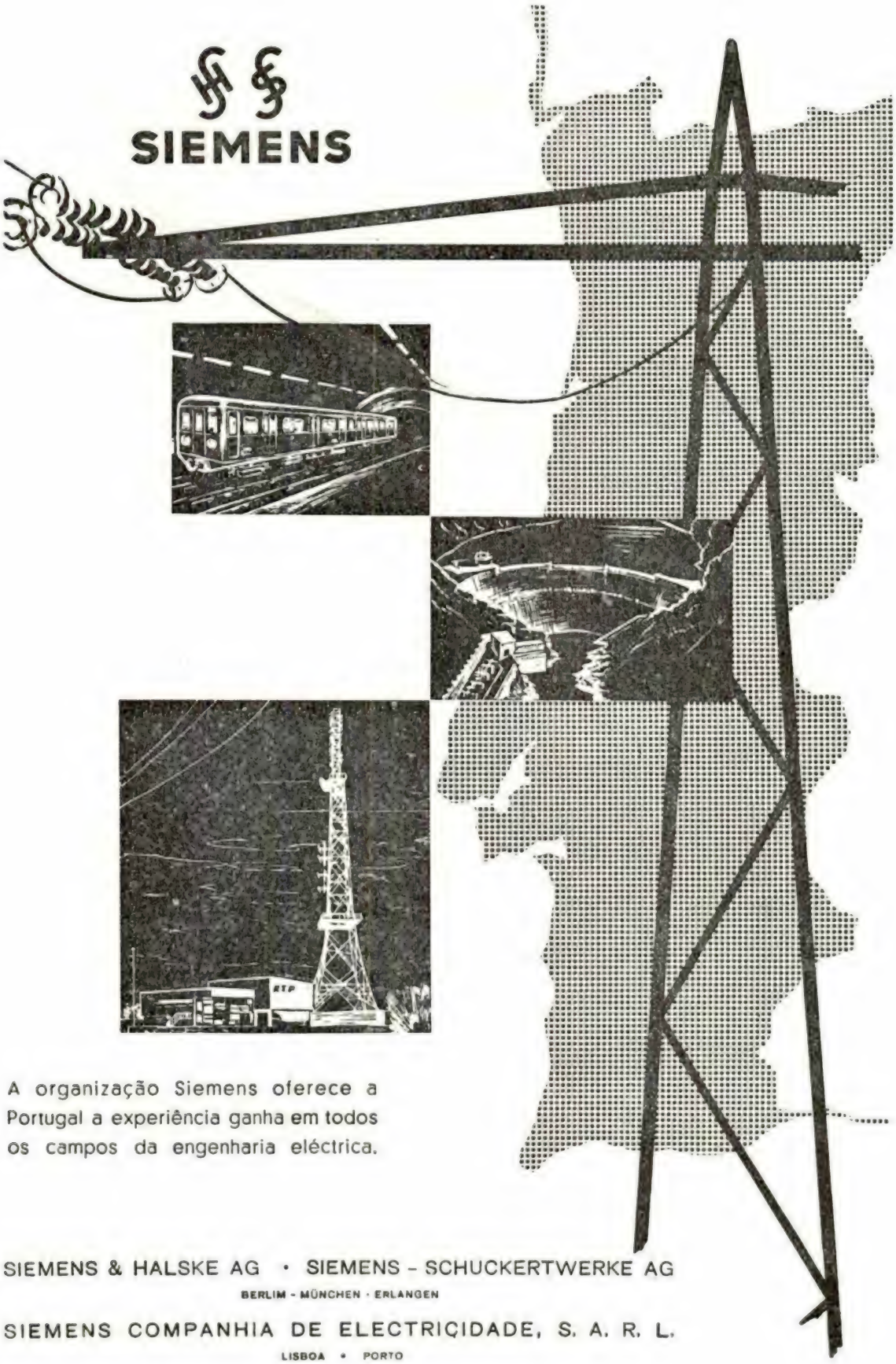
OFICINAS E LABORATÓRIOS

DO

INSTITUTO SUPERIOR TECNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva



A organização Siemens oferece a Portugal a experiência ganha em todos os campos da engenharia eléctrica.

SIEMENS & HALSKE AG • SIEMENS - SCHUCKERTWERKE AG

BERLIM - MÜNCHEN - ERLANGEN

SIEMENS COMPANHIA DE ELECTRICIDADE, S. A. R. L.

LISBOA • PORTO

C. D. U. 621.316.925 45 : 621.332.3

Distance protection for single-phase overhead lines on electric railways — *Elmlund, H. and Wikman, C. G.*

Asea Journal 33 (1960): 1-2, pág. 17-22.

C. D. U. 621.316.932

L'extinction de l'arc en deux étapes dans les installations M. T. — *Friedrich Meyer.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 229-230, 3 figuras e bibliografia.

C. D. U. 621.317.7.087.6 : 621.316.34

Une nouvelle série d'enregistreurs pour les mesures industrielles — *Franz Schubert.*

Revue Siemens 19 (1961) pág. 337-341, 7 figuras, 1 tabela e bibliografia.

C. D. U. 621.317.736

Surveillance des défauts à la terre dans les réseaux B. T. à neutre à la terre — *Kurt Wulsten.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 101-102, 4 figuras e bibliografia.

C. D. U. 621.317.736

Earth-fault Supervision in Earthed Low-voltage Systems — *Kurt Wulsten.*

Siemens Review 27 (1960), pág. 169-170, 4 figuras.

C. D. U. 621.317.74

Wobbulateur de mesure pour la gamme de fréquences de 0,45 à 8,5 (9,1) Gc/s — *Albert Kriegeskotten-Thiede, Walter Mühlberger et Herbert Wilke.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 235-237, 3 figuras e 1 tabela.

C. D. U. 621.317.74

Ratio Tracing Receiver for Uhf Measuring Setups — *Martin Niedereder.*

Siemens Review 27 (1960) pág. 211-215, 4 figuras.

C. D. U. 621.317.74

Un enregistreur de diagrammes circulaires pour les mesures de couplage dans la gamme de 20 à 600 kc/s — *Klaus Schlüter.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 203-204, 2 figuras.

C. D. U. 621.317.74

Nouveaux appareils de mesure pour la technique des télécommunications — *Hanskarl Liersch.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 51-54, 2 figuras e bibliografia.

C. D. U. 621.317.74.029.45/.53

Un dispositif de mesure du niveau (0,3 à 1200 kc/s) avec système automatinue d'accord pour les systèmes téléphoniques à courants porteurs — *Leopold Seifert.*

Revue Siemens 17 (1959), pág. 284-286, 2 figuras.

C D. U. 621.317.79

Pattern-recognition system — *W. K. Taylor.*

Journal I. E. E., 3-959, vol. 5, n.° 51, pág. 157-166.

C. D. U. 621.365.5

Two-chamber induction furnaces for the melting and holding of non-ferrous metals — *Tiljander, K.*

Asea Journal 34 (1961) : 3, pág. 47-49.

C. D. U. 621.367 : 621.791.7

Projection Welding — the most Rational Method of Resistance Welding — *Czech, Friedrich.*

Siemens Review, 11-961, vol. 28, n.° 11, pág. 362-371

C. D. U. 621.375.4 : 621.395

Amplificateurs à transistors dans les centraux téléphoniques urbains et interurbains — *Willy Auer.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 121-127, 6 figuras e bibliografia.

C. D. U. 621.382.3 : 621.318.57 : 621.771.2

Logicon Static Switching. A shear control system for Steel, Peech & Iozer — *Barrat, J. R.; Barany, T. E.*

A. E I. Engineering, 9-961, vol. 1, n.° 9, pág. 330-338

C. D. U. 621.383

La barrière photo électrique Siemens — *Martin Voss.*

Revue Siemens 17 (1959), pág. 287-288, 5 figuras.

C. D. U. 621.384.3-533.65.077

Installation de chauffage de 750 kW avec transducteurs *Ström, N. E.*

Asea-Revue 33 1961) : 4, pág. 133-138.

C. D. U. 621.385 : 621.039

A nuclear-thermionic convertor — *R. C. Howard.*

Journal I. E. E., 5-961, vol. 7, n.° 77, pág. 284-286.

C. D. U. 621.387.132.223.017

Energy losses in a hydrogen-filled thyratron — *H. de B. Knight.*

Journal I. E. E., 7-961, vol. 7, n.° 79, pág. 449-450.

C. D. U. 621.389

Siemens Data Processing System 2002 — *Schubert, Horst and Weisser Wolfgang.*

Siemens Review, 11-961, vol. 28, n.° 11, pág. 364-367.

C. D. U. 621.394.341 (73)

The Model-TWM 2 Automatic Teleprinter Switching System for the Western Union Telegraph Company — *Hermann Rödler.*

Siemens Review 27 (1960), pág. 286-290, 6 figuras e bibliografia.

EMPRESA ELECTRO CERÂMICA

S. A. R. L.

FABRICANTE DE ISOLADORES PARA EQUIPAMENTO DE SUB-ESTAÇÕES TRANSFORMADORES E DE LINHAS DE TRANSPORTE DE ENERGIA EM ALTA TENSÃO

fabrica igualmente

- isoladores de baixa tensão
- pequena aparelhagem eléctrica em baquelite e porcelana
- tubo plástico "Polivoll" para protecção de condutores
- material em refractário especial para aparelhos de aquecimento

DANIEL VIDAS

SEDE L. BARÃO DE QUINTELA, 3-1º LISBOA
FABRICA-CANDAL-VILA NOVA DE GAIA

EC 61·1

UM BRILHANTE SUCESSO TÉCNICO!

ARALDITE

O MAIS FORTE DOS LIGANTES PARA TODO O TRABALHO

Um tipo de ligante inteiramente diferente de resultados seguros na colagem de

AÇO METAIS VIDRO

CERÂMICA BORRACHA PLÁSTICOS

e todo o material de uso corrente

Resiste a

CALOR HUMIDADE ÁCIDOS

SOLVENTES ALCÁLIS

As ligações com **ARALDITE** mantêm-se

Liga materiais da mesma natureza e de natureza diferente

O ligante ARALDITE é mais forte que o material que liga

MARCA REGISTADA E PATENTE DE

CIBA Societé Anonyme (Suíça)

C. D. U. 621.394.74 (73)

Telex in North America — *Philip R. Easterlin and Ehrhard A. Rossberg.*

Siemens Review 27 (1960), pág. 281-285, 3 figuras e bibliografia.

C. D. U. 621.395.344.6 : 621.395.25 : 621.311

Small Size Crossbar Telephone Exchange for Power Companies — *H. Schmidt.*

SEL-Nachr. 9 (1961), n.º 2, pág. 97-102.

C. D. U. 621.395.72

Le poste téléphonique — hier et aujourd'hui — *Walter Paul.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 103-107, 7 figuras e bibliografia.

C. D. U. 621..396.713 : 534.84

Acoustic design of small studios — *C. L. S. Gilford.*

Journal I. E. E., 3-959, vol. 5, n.º 51, pág. 149 150.

C. D. U. 621.396.946 : 621.396.677

Large radio telescopes — *A. Hewish.*

Journal I. E. E, 10-961, vol. 7, n.º 82, pág. 593-596.

C. D. U. 621.438

Work on the Development of Gas Turbines — *Rudolf Friedrich.*

Siemens Review 27 (1960), pág. 291-295, 8 figuras.

C. D. U. 621.771.136.017.2 : 669.71-415

A New Hot Reversing Mill for Aluminium — *G. H. Sutton*

A. E. I. Engineering, 4-961, vol. 1, n.º 4, pág. 159 165

C. D. U. 621.771.2-52

Command automatique de refroidissoirs — *W. Pohl, H. R. Kunz.*

Brown Boveri, 3-960, vol. 47, n.º 3, pág. 136-144.

C. D. U. 621.791.735

Emploi de groupes de soudure Diesel lors de la construction du pipe-line de Wilhelmshaven — Cologne — *Hans Werner Metzkes.*

Revue Siemen 18 (1960), pág. 217-222, 10 figuras.

C. D. U. 621.791.76 : 621.791.736.3

Le soudage par résistance des fils en croix — une application du soudage par bossages — *Wängsjö, H. et Palmqvist, A.*

Asea-Revue 33 (1961) : 5, pág. 171-180.

C. D. U. 621.791.8

Soudage de l'aluminium et de ses alliages en atmosphère d'argon — *Bengtsson, G.*

Asea-Revue 33 (1961) : 6, pág. 209-214.

C. D. U. 621.833.601.4

A Modern Gear Test Rig — *P. H. Dawson, C. Tate.*

A. E. I. Engineering, 12-961, n.º 12, pág. 442-447.

C. D. U. 622.233.62-83

Perforatrices rotatives électriques pour les mines — *Hermann Böcker-Riese.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 66-68, 4 figuras e 2 tabelas.

C. D. U. 622.67

The first multi-rope winder in Belgium — *Francotte, X. and Landau, F.*

Asea-Journal 33 (1960) : 7-8, pág. 107-113.

C. D. U. 624.042.7

Reunião sobre construção anti-sísmica no L. N. E. C.

Binário, 5-961, n.º 32, pág 252-254.

C. D. U. 625.8 : 691.328

Firmes continuas de hormigón armado — *I. J. Taylor e W. I. Eney.*

Informes de la Construccion, 11-959, n.º 115.

C. D. U. 628.1 : 543.39

Alguns aspectos da Hidrobiologia importante para a Engenharia sanitária - *Samuel Murgel Branco.*

Revista do Departamento de Aguas e Esgotos de São Paulo, 4-959, n.º 33-34, pág. 21-30.

C. D. U. 628.971.6

Lighting for night travel — *H. R. Ruff, G. K. Lambert.*

A. E. I. Engineering, 7-8-961, n.º 7-8, pág. 271-880.

C. D. U. 629.19 : 550.3 : 621.396.647.2

Satellite Communication Problems and Solutions in Ground Station Design — *W. L. Glomb and W Teetsel.*

SEL-Nachr 9 (1961), n.º 2, pág. 78-82.

C. D. U. 656.1.056-532.2

Dispositifs de commande avec programmation des phases (modèle Bu) pour installations de régulation du trafic — *Heinz Benzinger.*

Revue Siemens 19 (1961), pág. 346-349, 3 figuras.

C. D. U. 659.21 : 659.24/.25 : 002

La documentación al servicio de la empresa y de la indústria — *Javier Lasso de la Vega.*

Racionalización, 9/10-961, vol. 14, n.º 5, pág. 513-523

C. D. U. 66.084

Installations à ultrasons pour les fabrications chimiques — *Rolf Esche et Peter Langer.*

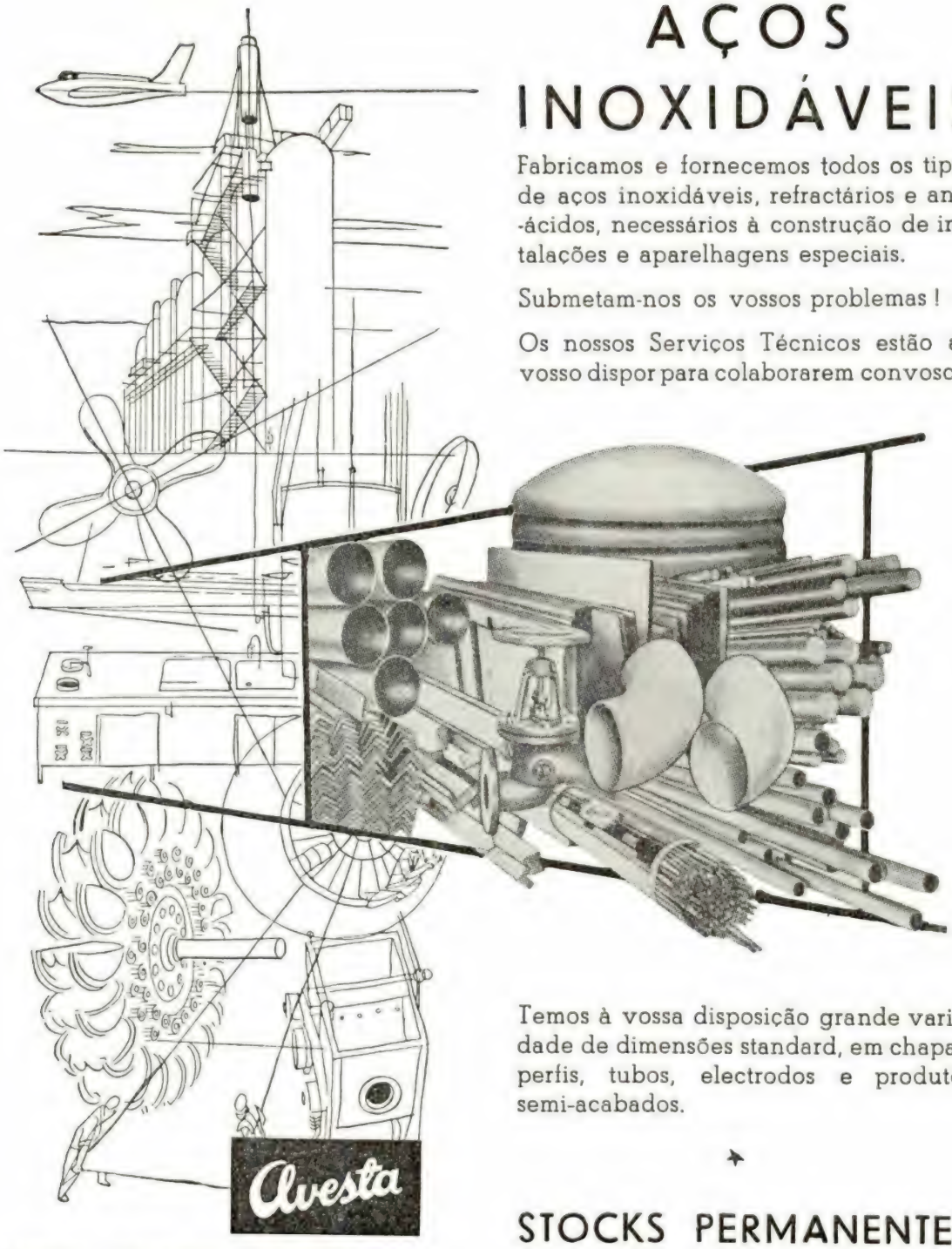
Revue Siemens 18 (1960), pág. 147-152, 6 figs., bibliog

AÇOS INOXIDÁVEIS

Fabricamos e fornecemos todos os tipos de aços inoxidáveis, refractários e anti-ácidos, necessários à construção de instalações e aparelhagens especiais.

Submetam-nos os vossos problemas!

Os nossos Serviços Técnicos estão ao vosso dispor para colaborarem convosco.



Temos à vossa disposição grande variedade de dimensões standard, em chapas, perfis, tubos, electrodos e produtos semi-acabados.

STOCKS PERMANENTES

AVESTA JERNVERKS AKTIEBOLAG
AVESTA — SUÉCIA

Representantes Exclusivos para Portugal e Ultramar:

A. JOHNSON & Co (PORTUGAL), L.DA

SEDE EM LISBOA:
Praça José Fontana, 11-1.º
Telef. 479.61 — 479 93 — 479 97

FILIAL NO PORTO:
R. Dr. António Granjo, 160/168
Telef. 5 4666

C. D. U. 676.1.03

Factores económicos y de otro carácter que deben ser considerados en el empleo del bagazo para la producción con esta materia prima de papel y celulose — *F. de Castro.*

Dyna, 3-961, vol. 36, n.º 3, pág. 153-156.

C. D. U. 676.1.004.8 : 628.515

Las lejias negras en la fabricación de pasta de papel — *Vicente Barberá Puig.*

Dyna, 9-961, vol. 36, n.º 9, pág. 619-629.

C. D. U. 676.102.1.7 : 621 : 53

Tratamento y dosificacion de la pasta en la indústria del papel — *W. Uebrecht e D. Werner.*

AEG al dia, 3-959, n.º 3, pág. 210-215.

C. D. U. 676.105

Técnica química de la fabricacion del papel — *José Orihnela Aguila.*

Ion, 3-960, vol. 20, n.º 224, pág. 146-153.

C. D. U. 676.2.052 : 621-523.8

Electrical Equipment on a Modern Newsprint Machine — *Wolfgang Schmitt.*

Siemens Review 27 (1960), pág. 25-26, 1 fig.

C. D. U. 676.2.06 : 655.34

Dificuldades que se presentam em la impressión del papel — *F. de Castro.*

Dyna, 7-961, vol. 36, n.º 7, pág. 445-477.

C. D. U. 678.073 : 63

Les tunnels plastiques sur fraisiers dans le Saumurois — *M. G. Hervo.*

Industrie des plastiques modernes, 4-961, vol. 13, n.º 3, pág. 56-58.

C. D. U. 678.073 : 63

Emplois des plastiques dans l'Agriculture Americaine — *M. F. Buclon.*

Industrie des plastiques modernes, 4-961, vol. 13, n.º 3, pág. 49-55.

C. D. U. 678.674.0.004

Applications et perspectives de développement des polyesters — *M. Gecele.*

Industrie des plastiques modernes, 5-961, vol. 13, n.º 4, pág. 25-31.

C. D. U. 678.743.22 : 63

Feuilles Plastiques en Agriculture — Viellissement naturel de feuilles de C. P. V. plastifié — *G. Coron et G. Lefèvre.*

Industrie des plastiques modernes, 5-961, vol. 13, n.º 4, pág. 69-75.

C. D. U. 678.743.41 : 678.027.3

Problèmes Phisyco-Chimiques et Mécaniques dans L'extrusion du Polytétrafluo Réthylène — *W. Wrobel.*

Industrie des plastiques modernes, 1-2-961, vol. 13, n.º 1, pág. 25-30.

C. D. U. 678.762.3.01

Propriedades y aplicaciones del caucho poliisopreno — *P. G. Bourne.*

Iram (informaciones), 6-961, vol. 25, n.º 3, pág. 63-72.

C. D. U. 679.5 : 620.17

Le problème fondamental des éprouvetes dans les essais des plastiques — *M. A. Dobraczynski.*

Industrie des plastiques modernes, 1-2-961, vol. 13, n.º 1, pág. 42-44.

C. D. U. 681.142 : 621.391

Two experimental learning machines — *P. Huggins.*

Journal I. E. E., 12-960, vol. 6, n.º 72, pág. 702-705.

C. D. U. 681.142-8 : 621.316.11

Some applications of a mediun-sized digital computer to power system problems — *J. G. Miles e M. N. John.*

The Metropolitan—Vickers. Gazette, 12-959, vol. 30. n.º 485, pág. 304-311.

C. D. U. 691.3 : 620.179.1

Ensayos no destructivos en el hormigón — *J. M. Tôbio*

Ion, 4-960, vol. 20, n.º 225, pág. 202-215.

C. D. U. 691.327.211 : 620.163

Contrôle do concreto na construção civil — *Eng. Francisco de Assis Basilio.*

Revista de Eng. «Mackenzie», 10-958 a 10-959, n.º 137, pág. 24-27.

C. D. U. 691.328.002.22

Unele aspecte si probleme technic si technico-economiceale productieis si polosirii prefabricaletor de beton armat in constroali — *Ing. M. Lupan.*

Revista constructiilor sis matérialehr de construto, 9-961, vol. 1, n.º 9, pág. 450-462.

C. D. U. 691.355.001.2 : 627.8

A dosagem de cimento dos betões para barragens — *J. A. Ferreira Lamas.*

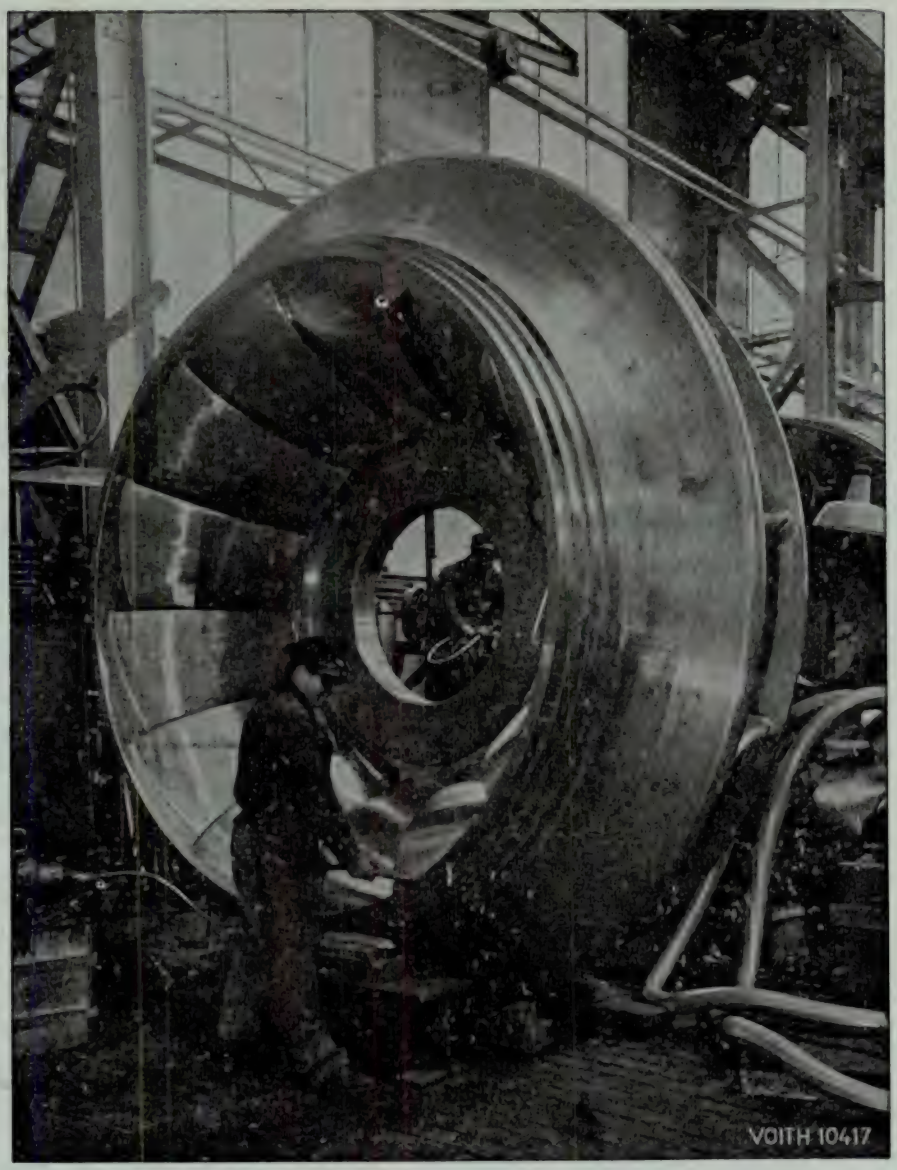
Electricidade, 1961, n.º 19, pág. 275-281.

C. D. U. 699.81

A protecção contra incendios no planejamento das construções — *Eng. Adolpho Bertoche Filho, Mamede Artamedo.*

Mackenzie — Revista de Engenharia, 5/11-958, n.º 136, pág. 42-50.

VOITH



2 Turbinas Francis-espirais para a central Split

na Jugoslávia, com 170.000 CV de potência unitária, sob 265 m de altura de queda, ambas construidas nas nossas fábricas. Na fotografia, em primeiro plano, um operário procede ao acabamento de uma das rodas-motrizes, na nossa oficina de grandes turbinas; o diâmetro máximo dos rotores é de 3.440 mm. As turbinas são alojadas em evolutas, soldadas, fabricadas de chapa de caldeira, de alta qualidade e resistente ao envelhecimento. O veio vertical de cada grupo é guiado por 3 chumaceiras, sendo a de impulso, montada na estrela-suporte do alternador, combinada com a chumaceira superior de guia. Estas construções da Voith são o fruto de longos anos de experiência e o resultado de estudos intensos realizados nos nossos laboratórios de ensaios hidráulicos.

J. M. VOITH GMBH · HEIDENHEIM (BRENZ) · ALEMANHA

SOFOMIL · Lisboa · Rua Joaquim Bonifácio, 2–1º · Apartado 1340 · Telefones 40566, 48980, 733639

RENOLD

a maior organização mundial no fabrico de correntes de precisão

oferece

260

séries de transmissões por corrente até 140 cv. em 25 relações de velocidades

Para informações técnicas e fornecimentos consulte —

HARKER, SUMNER & Ca. Lda.

PORTO
38 Rua de Ceuta, 40
Telef.: 27054-P.P.C. (4 linhas)

LISBOA
14 Largo do Corpo Santo, 18
Telef.: 24823

RENOLD CHAINS LIMITED • MANCHESTER

REPRESENTANTES EM TODO O MUNDO

AUGUSTO CAVACO
ENGENHEIRO

A.C.

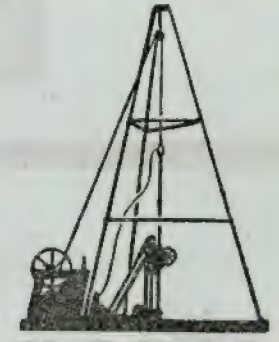
SONDAGENS
FUNDAÇÕES
CAPTAÇÕES DE ÁGUA
REBAIXAMENTOS
DE NÍVEIS AQUÍFEROS

RUA RODRIGO DA FONSECA, 62 • LISBOA • TELEF. 53873

SONDAGENS RÓDIO, L.DA
LISBOA

RUA S. MAMEDE AO CALDAS, 22, 3.º

Telefones: **867165/6/7** ✦ Telegramas: **SETANSOL**



RÓDIO

SONDAGENS GEOLÓGICAS
ESTUDOS GEOTÉCNICOS
ESTACAS GUNITA
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS
CONGELAÇÃO DO TERRENO
IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS HIDRÁULICAS
CONSOLIDAÇÃO DE FUNDAÇÕES
ABAIXAMENTO DO LENÇOL DE ÁGUA

—//—

Engenheiro Chefe: **Walter Weyermann**

LISTA CLASSIFICADA DE ANÚNCIOS

Neste número continua a «Técnica» a sua secção de publicidade — a *lista classificada de anúncios* — destinada a facilitar a procura por parte dos clientes.

Estas páginas amarelas ficam abertas aos nossos leitores, que nelas podem anunciar a sua firma e endereço, ao preço de 50$00 por número. Quanto aos nossos anunciantes, é com muito gosto que lhes concedemos grátis a inscrição na lista.

AUTOMÓVEIS

— **D.K.W. — Decauto**
R. Duque de Palmela — Lisboa

CONSTRUÇÃO CIVIL

CONSTRUTORES CIVIS

— **Agro-Mecânica**
R. Rodrigo da Fonseca — Lisboa

— **Construções Técnicas, Ld.ª**
Pr. do Município, 13-3.º — Lisboa — Tel. 36 65 09.

ESCAVADORAS

— **Estabelecimentos Herold, S.A.R.L.**
R. dos Fanqueiros, 278-5.º — Lisboa.

— **Guedes & Almeida**
R. de S. Nicolau, 71-4.º — Tel. 2 50 80 — Lisboa.

— **Monteiro Gomes, Limitada**
Rua Cascais, 47 (Alcântara) — Lisboa.

— **SMEIA — Sociedade de Mecanização Industrial e Agrícola, S. A. R. L.**
Av. Padre Manuel da Nóbrega, 8 — Lisboa.

— **Soc. Técnica de Equipamentos e Tractores, Ld.ª**
Av. de Madrid, 3-B — Lisboa — Tel. 72 40 53.

ESTORES

— **Estores Sunway**
Avenida General Roçadas, 98-C e D — Lisboa — Tel. 83 54 35

FUNDAÇÕES

— **Empresa de Sondagem e Fundações Teixeira Duarte, Ld.ª.**
Pr. da Figueira, 18, 3.º — Lisboa — Tel. 36 27 95.

— **Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações**
Pr. da Figueira, 18-3.º Esq. — Lisboa — Luanda — Lourenço Marques

— **Sociedade Construtora Portuguesa, Ld.ª**
Praça do Areeiro, 9-4.º E. — Lisboa 1 — Tel. 72 60 61 e 72 99 11.

IMPERMEABILZAÇÃO

— **Empresa de Produtos Asfálticos**
R. Filipe Folque, 10-1.º — Lisboa — Tel. 73 01 56.

— **Orlando Fernandes**
Rua Palmira, 46-A-B-C — Lisboa 1 — Tel. 83 01 63 e 84 26 39.

INSTRUMENTOS DE PRECISÃO

— **Emílio de Azevedo Campos & C.ª, Ld.ª**
R. de Santo António, 137-145 - Porto - Tel. 2 02 54/5
R. Antero de Quental, 17-1.º - Lisboa - Tel. 55 33 60.

— **Papelaria Fernandes — S.A.R.L.**
L. do Rato, 13 — Lisboa — Tel. 68 21 31/39.
R. do Ouro, 145 — Lisboa — Telef. 2 83 61 e 2 60 66

— **Wild Portugal, Ld.ª**
Praça das Águas Livres, 8, s/l 6 — Lisboa 2 — Tel. 68 11 27.

ISOLAMENTO ACÚSTICO

— **Isola**
Av. António Augusto de Aguiar, 17 — Lisboa — Tel. 4 78 24 - 4 16 97.

— **Nacional Fibras de Vidro, Ld.ª**
R. Braamcamp, 15-2.º D — Lisboa — Tel. 5 91 10 e 5 91 24.

ISOLAMENTO TÉRMICO

— **SETH, Ld.ª**
R. Filipe Folque, 10-1.º — Lisboa — Tel. 73 01 56.

MAQUINAS HIDRAULICAS

— **H. Vaultier & C.ª**
Largo Vitorino Damásio, 1 — Lisboa.

— **Sofomil**
Rua Joaquim Bonifácio, 2-1.º — Lisboa — Tel. 4 05 66, 4 89 80 e 73 36 39.

MOBILIÁRO

— **Fábrica Portugal**

SONDAGENS

— **Augusto Cavaco**
R. Rodrigo da Fonseca, 62 — Lisboa — Tel. 5 38 73

— **Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ld.ª**
Pr. da Figueira, 18, 3.º — Lisboa — Tel. 36 27 95.
— **Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações**
Pr. da Figueira, 18-3.º Esq. — Lisboa — Luanda — Lourenço Marques
— **Sondagens Ródio, Ld.ª**
R. de S. Mamede ao Caldas, 22-3.º — Lisboa — Tel. 85 71 65/7.

TINTAS

— **Henriques & Castro, Ld.ª**
Av. Conde de Valbom, 96 — Lisboa — Tel. 77 50 57 e 77 50 58.

VIBRADORES DE BETÃO

— **VIRBAR — Ingenieros**
Sociedade Comercial Romar
Rua da Boa Vista, 73-1.º — Lisboa.

CONSTRUÇÕES METALO-MECÂNICAS

CONSTRUTORES METALO-MECÂNICOS

— **Companhia União Fabril**
Av. 24 de Julho, 170 — Lisboa 2 — Tel. 67 04 21
— **Construções Metalo-mecânica MAGUE, Ld.ª**
Alverca
— **Soc. Louis de Roll — Representante Socotel**
R. Sá da Bandeira, 651-4.º — Lisboa

MÁQUINAS-FERRAMENTAS

— **Sociedade Comercial ROMAR, Ld.ª**
Lisboa.

EDIÇÕES TÉCNICAS

— **Revista TÉCNICA**
Av. Rovisco Pais.

EQUIPAMENTO ELÉCTRICO

— **Agência Geral de Material Eléctrico**
R. das Indústrias, 4-1.º — Tel. 66 06 92 — Lisboa.
— **ASEA**
Rua de Artilharia Um, 104-4.º Dt. — Lisboa — Tel. 68 90 17/8/9.
R. do Campo Alegre, 144, Porto — Tel. 6 21 06/9
— **Siemens — Comp. de Electricidade**
Lisboa — Porto
— **Soc. de Elec. Brown Boveri**
R. Sá da Bandeira, 481-2.º — Tel. 2 34 11 — Porto
— **Sociedade Michäelis de Vasconcelos, Ld.ª — Oerlikon**
Av. Marquês de Tomar, 94 — Lisboa.
P. da Liberdade, 114 — Porto.
— **União Eléctrica Portuguesa**
R. Alexandre Herculano, 244 — Porto.
R. Rosa Araújo, 35 — Lisboa.

DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA

— **União Eléctrica Portuguesa**
R. Alexandre Herculano, 244 — Porto.
R. Rosa Araújo, 35 — Lisboa.

ELÉCTRODOS

— **Electro-Arco, Ld.ª**
R. Silva Carvalho, 239 — Lisboa — Tel. 68 36 49.
R. do Bolhão, 216 — Porto — Tel. 2 12 77.

INSTALAÇÕES

— **Azevedo & Pessi, Ld.ª**
R. Nova do Almada, 46 — Lisboa 2.
— **Electrotécnicos Reunidos, Ld.ª**
Lisboa

INSTRUMENTOS DE MEDIDA

— **English Eléctric de Portugal, Limitada**
R. Cascais, 47 (Alcântara) — Lisboa 3.
— **C. Santos, Ld.ª**
29, Av. da Liberdade, 41 — Lisboa.

ISOLAMENTOS

— **Empresa Electro-Cerâmica, S.A.R.L.**
L. Barão de Quintela.

MÁQUINAS ELÉCTRICAS

— **EFACEC**
S. Mamede de Infesta.
— **Empresa Nacional de Aparelhagem Eléctrica, S.A.R.L.**
Av. 24 de Julho, 158 — Lisboa.

SOLDADURAS

— **Sociedade Portuguesa do Ar Líquido**
R. da Quinta do Almargem, 14 — Lisboa — Tel. 63 71 36.
R. de Justino Teixeira, 617 — Porto — Tel. 5 00 31.

TELECOMUNICAÇÕES

— **Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos, S.A.R.L.**
R. Rodrigo da Fonseca, 110, r/c — Lisboa — Tel. 68 60 72.
R. Sá da Bandeira, 766-1.º E — Porto — Tel. 2 48 18.
— **Standard Eléctrica, S.A.R.L.**
Av. da Índia — Lisboa.

EQUIPAMENTO INDUSTRIAL

APARELHOS DE ELEVAÇÃO

— **Demag — Soc. Romar**
R. da Boa Vista — Lisboa

CORRENTES

— **RENOLD Harker, Sumner & C.ª, Ld.ª**
Largo do Corpo Santo, 14-18 — Lisboa.
Rua de Ceuta, 38-48 — Porto.

INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS

— **Alfredo Alves & C.ª (Filhos)**
R. Academia das Ciências, 5 — Lisboa.

MÁQUINAS-FERRAMENTAS

— **Georges Fischer — Soc. An. — Suíça — Representante Soc. Romar**
R. da Boa Vista — Lisboa
— **Sociedade Comercial ROMAR, Ld.ª**
Lisboa.

MOTORES INDUSTRIAIS

— **C. Santos, Ld.ª**
29, Av. da Liberdade, 41 — Lisboa.
160, R. de Santa Catarina, 168 — Porto.

ROLAMENTOS

Soc. S. K. F.
Praça da Alegria, 66-A — Lisboa.

INDÚSTRIAS QUÍMICAS

COLAS

— **ARALDITE — CIBA — Societé Anonyme — Suíça**

EQUIPAMENTO

— **Filtros Filfro, Ld.ª**
R. Capitão Filipe de Sousa, 128, Caldas da Rainha.

LIGAS METÁLICAS

— **Comp.ª Portuguesa de Fornos Eléctricos**
L. de S. Carlos, 4-2.º — Lisboa — Tel. 32 53 33 — 3 55 56 — 3 09 89.

LUBRIFICANTES

— **BP**
— **Mobil Oil**
— **SONAP**

TÊXTEIS

— **FANAFEL — Fábrica Nacional de Feltros Industriais, Ld.ª**
Estrada de S. João — Ovar.

INSTRUMENTOS DE PRECISÃO

— **Pimentel & Casquilho, Ld.ª**
Rua das Portas de Santo Antão — Lisboa — Tel. 32 43 14 — 32 42 48.

CONTADORES

— **Metrimpex**
Budapest 62, Caixa Postal 202 — Hungy.

VÁLVULAS

— **CRANE**
R. Joaquim António de Aguiar, 45 — Lisboa 1.
— **Sociedade Portuguesa de Válvulas, Ld.ª**
R. Academia das Ciências, 5 - Lisboa - Tel. 3 17 10 — 3 17 18 — 3 17 19.
Pr. D. João I, 25-1.º — Porto — Tel. 2 47 71.

MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO

AÇOS ESPECIAIS

— **SOABAL — Sociedade de Aços para Betão Armado, Ld.ª**
R. Joaquim Bonifácio, 2-1.º-Lisboa-Tel. 4 05 66.
— **A. Johnson & C.ª (Portugal), Ld.ª**
P. José Fontana, 11-1.º — Lisboa — Tel. 47964-4 79 93-4 79 97.
R. Dr. António Granjo, 160/168-Porto-Tel. 5 46 66

BETÃO

— **Sociedade Portuguesa CAVAN**
R. de D. Estefânia, 94-A — Lisboa — Tel. 4 78 12 e 5 01 29.

BETÃO ARMADO

— **SOABAL — Sociedade de Aço para Betão Armado, Ld.ª**
R. Joaquim Bonifácio, 2-1.º-Lisboa-Tel. 4 05 66.

CIMENTOS

— **CIBRA - Cimentos Brancos**
Tv. do Corpo Santo, 15 — Lisboa — Tel. 32 04 64.
R. do Bonjardim, 205 — Porto — Tel. 2 57 79.
— **Companhia «Cimento Tejo»**
R. da Vitória, 88 - Lisboa 2 - Tel. 2 89 53 - 2 85 52.
— **Empresa de Cimentos de Leiria**
R. Braamcamp, 7 — Lisboa — Tel. 5 91 61/66.
— **Secil**
R. do Comércio, 156 - Lisboa 2—Tel. 32 82 01/2/3.

MATERIAL DE DESENHO

— **Detécnica**
R. Nova do Almada, 32-34 - Lisboa - Tel. 76 53 21.

MATERIAL DE ESCRITÓRIO

DUPLICADORES

— **A Gestetner, Ld.**
R. da Conceição, 125 — Lisboa — Tel. 2 26 28.
L. do Padrão, 20-1.º - Porto — Tel. 2 34 69.

MOTORES DIESEL

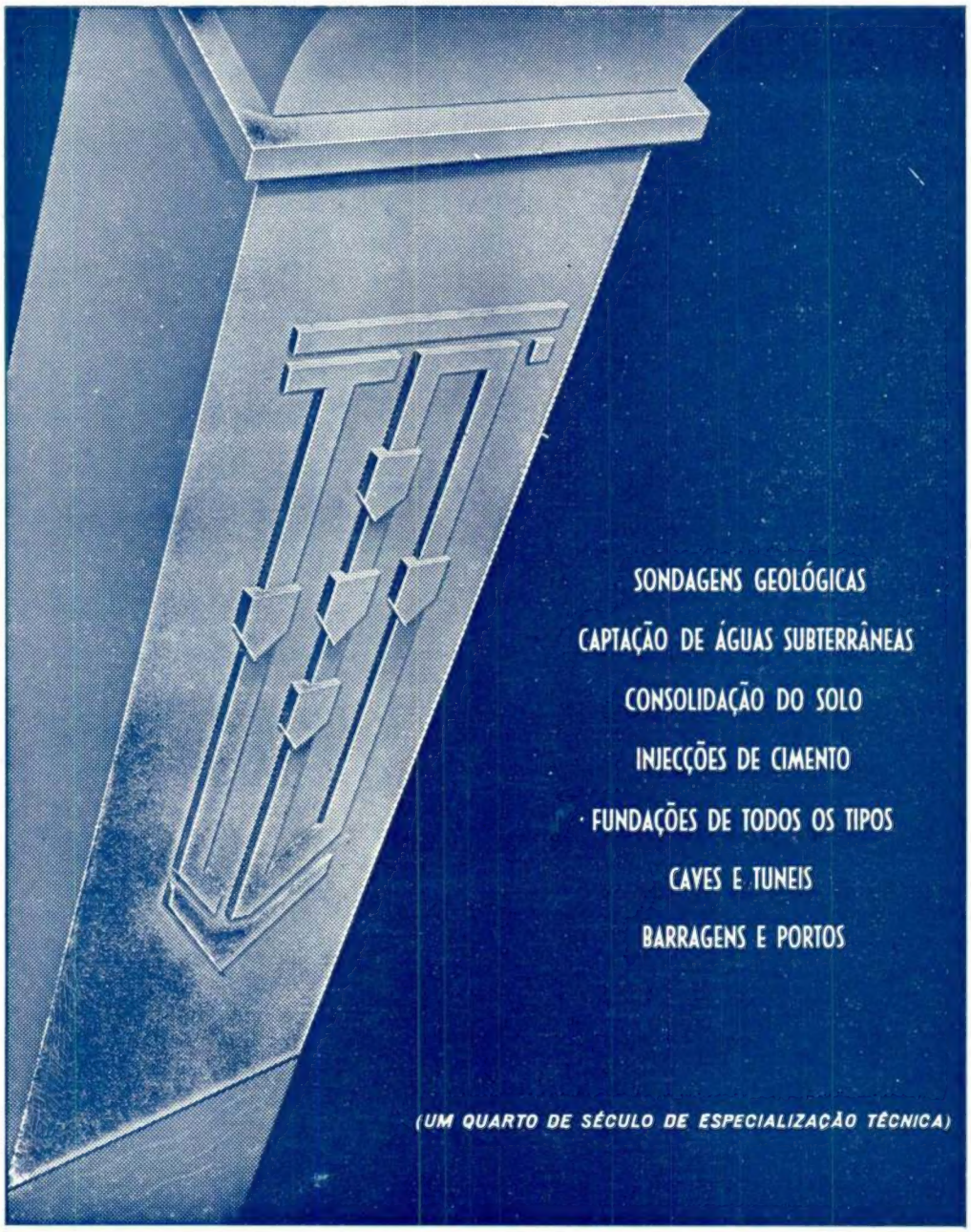
— **C. Santos, Ld.ª**
29, Av. da Liberdade, 41 — Lisboa.
160, R. de S. Catarina, 168 — Porto

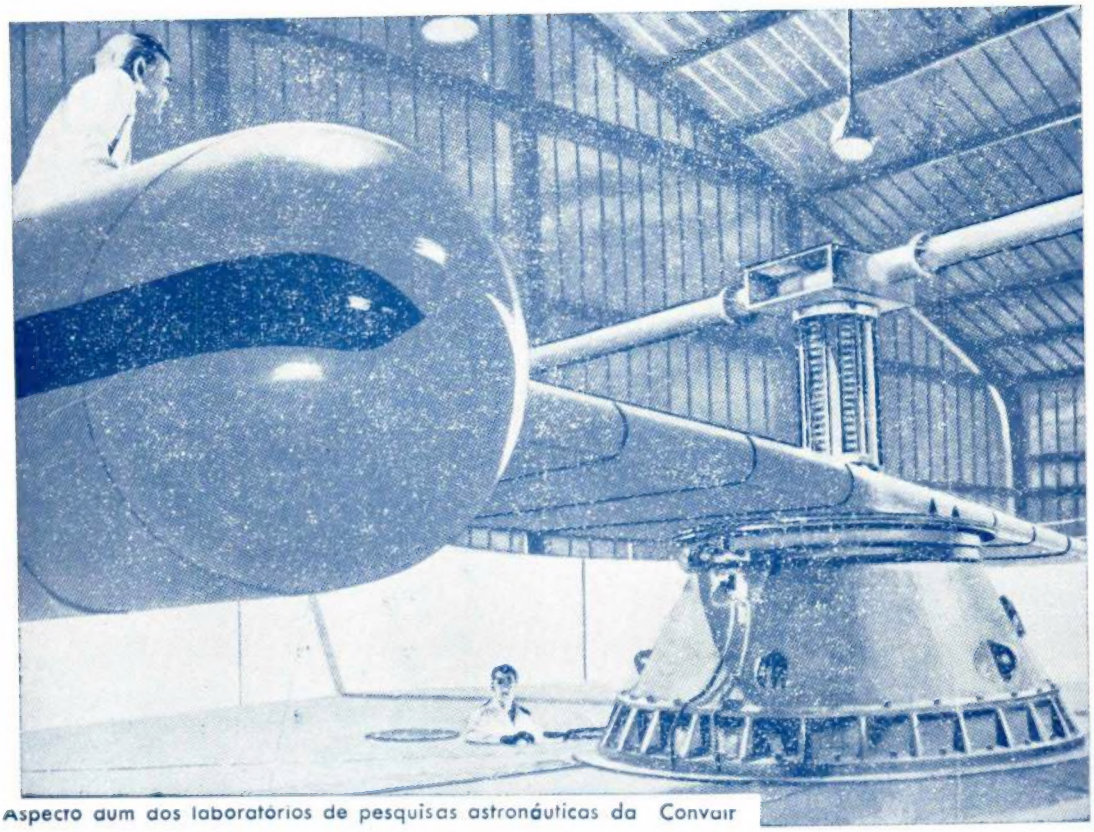
Empresa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

PR. DA FIGUEIRA, 18. 3.º
TELEF. 36 27 95

LISBOA





Aspecto dum dos laboratórios de pesquisas astronáuticas da Convair

A CONVAIR ADOPTOU O PROGRAMA MOBIL

EM 18 MESES ECONOMIZOU 553.000$00!

CONVAIR é um nome que dispensa adjectivos nesta era de velocidade e conquista do espaço. A firma CONVAIR, que possui uma série de instalações complexas em S. Diego, Califórnia, apoia-se nos Programas de Lubrificação Mobil para que os seus custos de operação sejam mínimos e os trabalhos de produção resultem eficientes e não sofram interrupções.

Uma indicação do êxito destes Programas reside no facto de nos últimos 18 meses a CONVAIR ter feito economias na ordem dos 553 contos. A CONVAIR tem vindo a diminuir todos os anos as suas despesas com lubrificantes desde que, há mais de dez anos, adoptou os Programas Mobil. Estes Programas conduziram a resultados verdadeiramente espectaculares, que se traduzem por uma diminuição do custo dos produtos (através do seu melhor aproveitamento) e um aumento da eficiência das máquinas (menos tempo de paragem devido a avarias)

A Mobil, através dos seus Programas, oferece uma combinação de experiência e de técnica de lubrificação, de produtos e provas de comportamento em serviço; uma combinação que assegura resultados surpreendentes pela diminuição dos custos de produção e operação.

Mobil

GARANTIA DE ALTA QUALIDADE

3324